

Cognome	Nome	Matricola	Posizione	Voto
---------	------	-----------	-----------	------

Modalità d'esame:

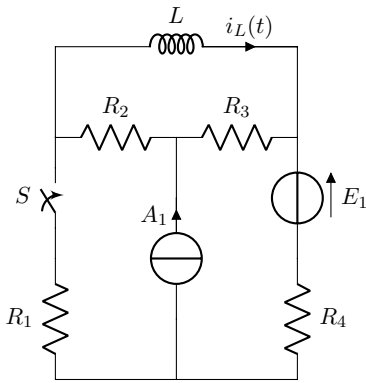
- La durata della prova è di 120 minuti. Le domande teoriche hanno un punteggio massimo di 4 punti e gli esercizi di 8. La prova viene considerata sufficiente con una valutazione maggiore o uguale a 18/32;
- E' possibile utilizzare una calcolatrice non programmabile. Qualunque altro tipo di supporto (appunti, quaderni, libri, tablet, cellulari, ...) e di smartwatch non è consentito;
- Nella risoluzione degli esercizi è necessario riportare la grandezza che si vuole calcolare, la formula utilizzata ed il risultato numerico con unità di misura. L'assenza di uno di questi elementi viene considerata come errore. I risultati numerici devono essere riportati negli appositi spazi;
- La prova va svolta a penna di colore diverso dal rosso in maniera ordinata e con grafia leggibile, pena l'invalidazione della stessa. Deve essere svolta sui fogli consegnati dal docente, eventuali fogli aggiuntivi o di brutta non verranno corretti.

Teoria 1: Enunciare il Principio di Sovrapposizione degli Effetti, specificando le sue ipotesi. Mostrare, quindi, un esempio significativo dell'applicazione di questo principio nella risoluzione di reti elettriche.

Teoria 2: Definire potenza complessa, attiva, reattiva ed apparente per un generico bipolo in regime alternato sinusoidale.

Esercizio 1

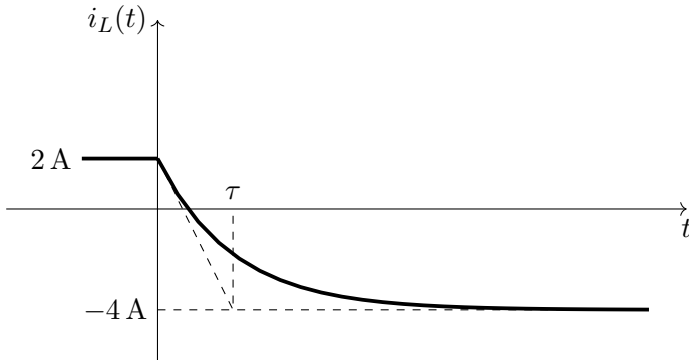
Dato il circuito in figura, sapendo che l'interruttore S si chiude all'istante $t_0 = 0$, determinare l'espressione analitica e rappresentare l'andamento nel tempo della corrente $i_L(t)$ per $-\infty < t < +\infty$ con il verso indicato in figura. Calcolare, inoltre l'energia W_H accumulata nell'induttore per $t = 0,5$ ms. Riportare in maniera esplicita i seguenti valori: $i_L(t_0^-)$, il valore asintotico del transitorio ($i_L(\infty)$) e la costante di tempo (τ).



$$\begin{aligned} E_1 &= 40 \text{ V} \\ A_1 &= 5 \text{ A} \\ R_1 &= 5 \ \Omega \\ R_2 &= 15 \ \Omega \\ R_3 &= 10 \ \Omega \\ R_4 &= 10 \ \Omega \\ L &= 3 \text{ mH} \end{aligned}$$

Risultati:

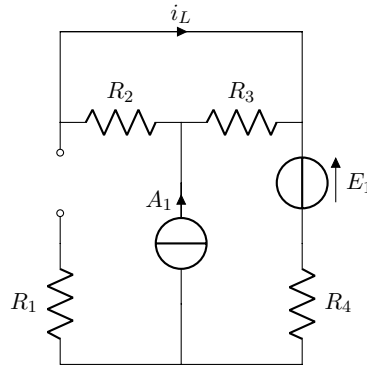
$$\begin{aligned} i_L(t_0^-) &= 2 \text{ A} \\ i_L(\infty) &= -4 \text{ A} \\ \tau &= 0,32 \text{ ms} \\ W_H(0,5 \text{ ms}) &= 11,26 \text{ mJ} \end{aligned}$$



$$i_L(t) = \begin{cases} 2 \text{ A}, & t < 0 \\ -4 + 6e^{-t/\tau}, & t > 0 \end{cases}$$

Soluzione:

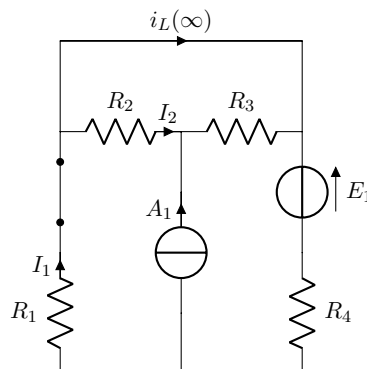
Rete per $t < 0$ s



La corrente i_L si può trovare da un partitore di corrente:

$$i_L(0^-) = A_1 \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 2 \text{ A} \quad (1)$$

Rete per $t \rightarrow +\infty$



Da una KCL:

$$i_L(\infty) = I_1 - I_2 \quad (2)$$

La corrente I_2 si calcola da un partitore di corrente:

$$I_2 = A_1 \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 2 \text{ A} \quad (3)$$

Per il calcolo di I_1 , si nota che la rete è binodale:

$$V_{MN} = \frac{\frac{E_1}{R_4} + A_1}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_1}} = 30 \text{ V} \quad (4)$$

Da cui:

$$I_1 = -\frac{V_{MN}}{R_1} = -6 \text{ A} \quad (5)$$

$$i(\infty) = -4 \text{ A} \quad (6)$$

La resistenza equivalente è:

$$R_{eq} = (R_2 + R_3) \parallel (R_1 + R_4) = 9,375 \ \Omega \quad (7)$$

Quindi:

$$\tau = \frac{L}{R_{eq}} = 0,32 \text{ ms} \quad (8)$$

L'andamento della corrente è:

$$i_L(t) = -4 + 6e^{-t/\tau} \quad (9)$$

Quindi si può calcolare il valore a $t = 0,5 \text{ ms}$:

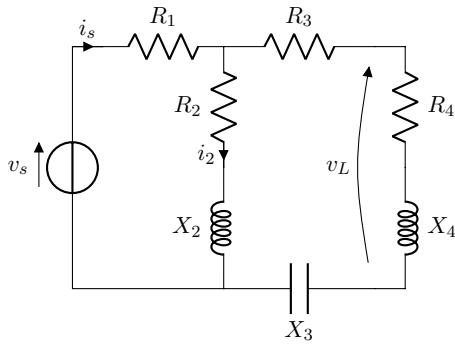
$$i_L(0,5 \text{ ms}) = -4 + 6e^{-t/\tau} = -2,74 \text{ A} \quad (10)$$

Quindi:

$$W_H = \frac{1}{2} L i_L^2 = 11,26 \text{ mJ} \quad (11)$$

Esercizio 2

Dato il circuito di Figura 2, funzionante in regime sinusoidale, determinare l'impedenza equivalente vista dal generatore v_s , il valore della corrente $i_s(t)$, la potenza complessa generata da v_s , il modulo della corrente \mathbf{I}_2 , la potenza attiva dissipata da R_4 , la potenza reattiva dissipata da X_4 e la tensione $|\mathbf{V}_L|$. Dimensionare il condensatore di rifasamento in modo tale che il fattore di potenza del generatore \mathbf{V}_s sia 0.9.



$$\begin{aligned} v_s(t) &= 421,3\sqrt{2} \cos \omega t \text{ V} \\ f &= 50 \text{ Hz} \\ R_1 &= 3 \ \Omega \\ R_2 &= 5 \ \Omega \\ R_3 &= 1 \ \Omega \\ R_4 &= 16 \ \Omega \\ X_2 &= 20 \ \Omega \\ X_3 &= -5 \ \Omega \\ X_4 &= 16,33 \ \Omega \end{aligned}$$

Risultati:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{eq} &= (9,35 + j8,98) \ \Omega \\ i_s(t) &= 32,50\sqrt{2} \cos(\omega t - 0,77) \text{ A} \\ \mathbf{A}_s &= (9830 + j9532) \text{ VA} \\ |\mathbf{I}_2| &= 17,34 \text{ A} \\ P_{R_4} &= 4900 \text{ W} \\ Q_{R_4} &= 5001 \text{ var} \\ |\mathbf{V}_L| &= 400 \text{ V} \\ C_{rif} &= 85,6 \ \mu\text{F} \end{aligned}$$

Soluzione:

L'impedenza equivalente è:

$$\mathbf{Z}_{eq} = R_1 + (R_2 + jX_2) // (R_3 + R_4 + jX_4 + jX_3) = (9,35 + j8,98) \ \Omega \quad (12)$$

Da cui:

$$\mathbf{I}_s = \frac{\mathbf{V}_s}{\mathbf{Z}_{eq}} = 32,50e^{-j0,77} \text{ A} \quad (13)$$

La potenza complessa si calcola facilmente:

$$\mathbf{A}_s = \mathbf{V}_s \mathbf{I}_s^* = (9830 + j9532) \text{ VA} \quad (14)$$

La corrente \mathbf{I}_2 si calcola come:

$$|\mathbf{I}_2| = \left| \mathbf{I}_s \frac{R_3 + R_4 + jX_3 + jX_4}{R_2 + R_3 + R_4 + jX_2 + jX_3 + jX_4} \right| = 17,34 \text{ A} \quad (15)$$

Con un altro partitore si calcola la corrente $|\mathbf{I}_3|$:

$$|\mathbf{I}_3| = \left| \mathbf{I}_s \frac{R_2 + jX_2}{R_2 + R_3 + R_4 + jX_2 + jX_3 + jX_4} \right| = 17,50 \text{ A} \quad (16)$$

Quindi:

$$P_{R_4} = R_4 |\mathbf{I}_3|^2 = 4901 \text{ W} \quad (17)$$

$$Q_{X_4} = X_4 |\mathbf{I}_3|^2 = 5001 \text{ var} \quad (18)$$

Ed infine:

$$|\mathbf{V}_L| = |R_4 + jX_4| |\mathbf{I}_3| = 400 \text{ V} \quad (19)$$

Rifasamento

$$C = \frac{Q_V - P_V \tan \phi}{V_s^2 \omega} = 85,6 \ \mu\text{F} \quad (20)$$