5°Appello

Fondamenti di Elettrotecnica
Prof. Zich

18/02/2020

Cognome	Nome	Matricola	Posizione	**Voto**

Modalità d'esame:

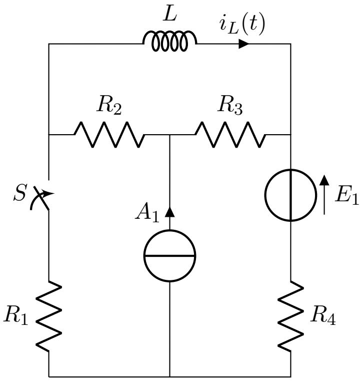
- La durata della prova è di 120 minuti. Le domande teoriche hanno un punteggio massimo di 4 punti e gli esercizi di 8. La prova viene considerata sufficiente con una valutazione maggiore o uguale a 18/32;
- E' possibile utilizzare una calcolatrice non programmabile. Qualunque altro tipo di supporto (appunti, quaderni, libri, tablet, cellulari, ...) e di smartwatch non è consentito;
- Nella risoluzione degli esercizi è necessario riportare la grandezza che si vuole calcolare, la formula utilizzata ed il risultato numerico con unità di misura. L'assenza di uno di questi elementi viene considerata come errore. I risultati numerici devono essere riportati negli appositi spazi;
- La prova va svolta a penna di colore diverso dal rosso in maniera ordinata e con grafia leggibile, pena l'invalidazione della stessa. Deve essere svolta sui fogli consegnati dal docente, eventuali fogli aggiuntivi o di brutta non verranno corretti.

Teoria 1: Enunciare il Principio di Sovrapposizione degli Effetti, specificando le sue ipotesi. Mostrare, quindi, un esempio significativo dell'applicazione di questo principio nella risoluzione di reti elettriche.

Teoria 2: Definire potenza complessa, attiva, reattiva ed apparente per un generico bipolo in regime alternato sinusoidale.

Esercizio 1

Dato il circuito in figura, sapendo che l'interruttore S si chiude all'istante $t_0 = 0$, determinare l'espressione analitica e rappresentare l'andamento nel tempo della corrente $i_L(t)$ per $-\infty < t < +\infty$ con il verso indicato in figura. Calcolare, inoltre l'energia W_H accumulata nell'induttore per $t = 0{,}5$ ms. Riportare in maniera esplicita i seguenti valori: $i_L(t_0^-)$, il valore asintotico del transitorio ($i_L(\infty)$) e la constante di tempo (τ).



$E_1 = 40\,\text{V}$
$A_1 = 5\,\text{A}$
$R_1 = 5\ \Omega$
$R_2 = 15\ \Omega$
$R_3 = 10\ \Omega$
$R_4 = 10\ \Omega$
$L = 3$ mH

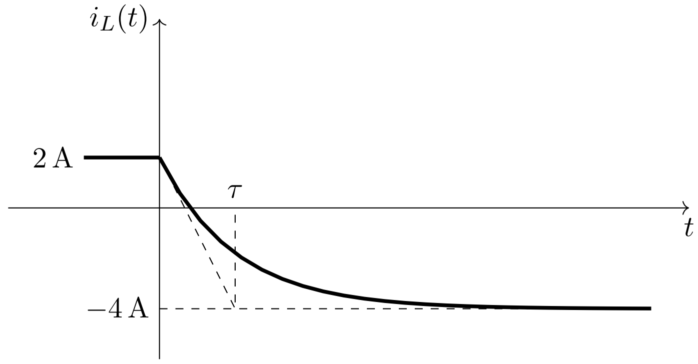
Risultati:

$i_L(t_0^-) = \quad 2\,\text{A}$

$i_L(\infty) = \quad -4\,\text{A}$

$\tau = \quad 0{,}32$ ms

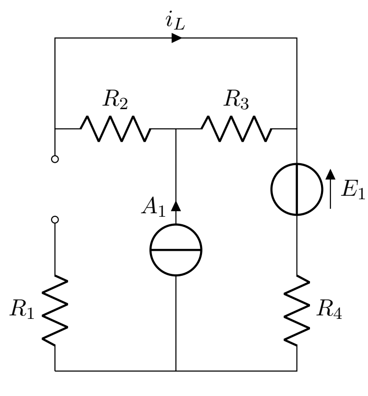
$W_H(0{,}5 \text{ ms}) = \quad 11{,}26\,\text{mJ}$



$$i_L(t) = \begin{cases} 2\,\text{A}, & t < 0 \\ -4 + 6e^{-t/\tau}, & t > 1 \end{cases}$$

Soluzione:

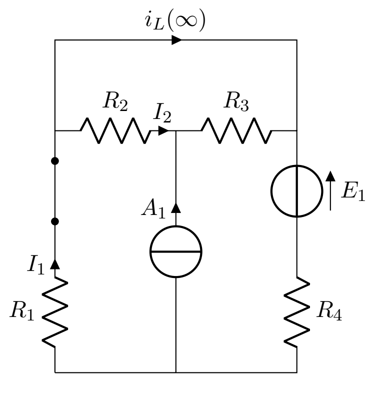
Rete per $t < 0s$



La corrente i_L si può trovare da un partitore di corrente:

$$i_L(0^-) = A_1 \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 2\,\text{A} \tag{1}$$

Rete per $t \to +\infty$



Da una KCL:

$$i_L(\infty) = I_1 - I_2 \tag{2}$$

La corrente I_2 si calcola da un partitore di corrente:

$$I_2 = A_1 \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 2\,\mathrm{A} \tag{3}$$

Per il calcolo di I_1, si nota che la rete è binodale:

$$V_{MN} = \frac{\dfrac{E_1}{R_4} + A_1}{\dfrac{1}{R_4} + \dfrac{1}{R_1}} = 30\,\mathrm{V} \tag{4}$$

Da cui:

$$I_1 = -\frac{V_{MN}}{R_1} = -6\,\mathrm{A} \tag{5}$$

$$i(\infty) = -4\,\mathrm{A} \tag{6}$$

La resistenza equivalente è:

$$R_{eq} = (R_2 + R_3) /\!/ (R_1 + R_4) = 9{,}375\ \Omega \tag{7}$$

Quindi:

$$\tau = \frac{L}{R_{eq}} = 0{,}32\ \mathrm{ms} \tag{8}$$

L'andamento della corrente è:

$$i_L(t) = -4 + 6e^{-t/\tau} \tag{9}$$

Quindi si può calcolare il valore a $t = 0{,}5$ ms:

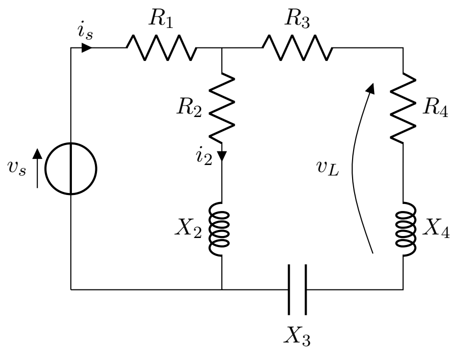
$$i_L(0{,}5\ \mathrm{ms}) = -4 + 6e^{-t/\tau} = -2{,}74\,\mathrm{A} \tag{10}$$

Quindi:

$$W_H = \frac{1}{2} L i_L^2 = 11{,}26\,\mathrm{mJ} \tag{11}$$

Esercizio 2

Dato il circuito di Figura 2, funzionante in regime sinusoidale, determinare l'impedenza equivalente vista dal generatore v_s, il valore della corrente $i_s(t)$, la potenza complessa generata da v_s, il modulo della corrente $\mathbf{I}_2$, la potenza attiva dissipata da R_4, la potenza reattiva dissipata da X_4 e la tensione $|\mathbf{V}_L|$. Dimensionare il condensatore di rifasamento in modo tale che il fattore di potenza del generatore $\mathbf{V}_s$ sia 0.9.



$v_s(t) = 421{,}3\sqrt{2}\cos\omega t\,\mathrm{V}$
$f = 50$ Hz
$R_1 = 3\ \Omega$
$R_2 = 5\ \Omega$
$R_3 = 1\ \Omega$
$R_4 = 16\ \Omega$
$X_2 = 20\ \Omega$
$X_3 = -5\ \Omega$
$X_4 = 16{,}33\ \Omega$

Risultati:

$\mathbf{Z}_{eq} = (9{,}35 + j8{,}98)\ \Omega$
$i_s(t) = 32{,}50\sqrt{2}\cos(\omega t - 0{,}77)\,\mathrm{A}$
$\mathbf{A}_s = (9830 + j9532)\,\mathrm{VA}$
$|\mathbf{I}_2| = 17{,}34\,\mathrm{A}$
$P_{R_4} = 4900\,\mathrm{W}$
$Q_{R_4} = 5001\,\mathrm{var}$
$|\mathbf{V}_L| = 400\,\mathrm{V}$
$C_{rif} = 85{,}6\ \mu\mathrm{F}$

Soluzione:

L'impedenza equivalente è:

$$\mathbf{Z}_{eq} = R_1 + (R_2 + jX_2) /\!\!/ (R_3 + R_4 + jX_4 + jX_3) = (9{,}35 + j8{,}98)\,\mathrm{A} \tag{12}$$

Da cui:

$$\mathbf{I}_s = \frac{\mathbf{V}_s}{\mathbf{Z}_{eq}} = 32{,}50e^{-j0{,}77}\,\mathrm{A} \tag{13}$$

La potenza complessa si calcola facilmente:

$$\mathbf{A}_s = \mathbf{V}_s\mathbf{I}_s^* = (9830 + j9532)\,\mathrm{VA} \tag{14}$$

La corrente $\mathbf{I}_2$ si calcola come:

$$|\mathbf{I}_2| = \left|\mathbf{I}_s \frac{R_3 + R_4 + jX_3 + jX_4}{R_2 + R_3 + R_4 + jX_2 + jX_3 + jX_4}\right| = 17{,}34\,\mathrm{A} \tag{15}$$

Con un altro partitore si calcola la corrente $|\mathbf{I}_3|$=

$$|\mathbf{I}_3| = \left|\mathbf{I}_s \frac{R_2 + jX_2}{R_2 + R_3 + R_4 + jX_2 + jX_3 + jX_4}\right| = 17{,}50\,\mathrm{A} \tag{16}$$

Quindi:

$$P_{R_4} = R_4|\mathbf{I}_3|^2 = 4901\,\mathrm{W} \tag{17}$$

$$Q_{X_4} = X_4|\mathbf{I}_3|^2 = 5001\,\mathrm{var} \tag{18}$$

Ed infine:

$$|\mathbf{V}_L| = |R_4 + jX_4||\mathbf{I}_3| = 400\,\mathrm{V} \tag{19}$$

Rifasamento

$$C = \frac{Q_V - P_V\tan\phi}{V_s^2\omega} = 85{,}6\ \mu\mathrm{F} \tag{20}$$