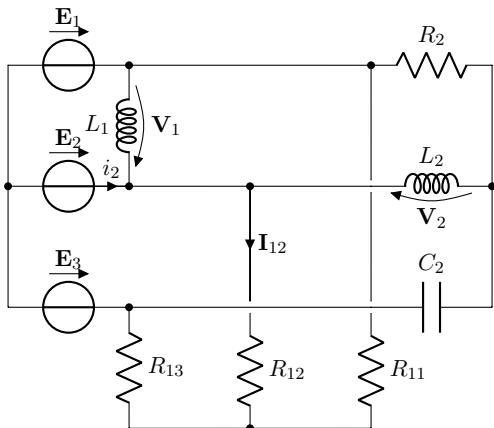


Modalità d'esame:

- La prova consiste in due parti. La Parte A è composta da 12 domande brevi da 1 punto ciascuna, la parte B da 2 esercizi da 10 punti ciascuno.
- Il tempo a disposizione per la parte A è di 15 minuti, mentre ciascun esercizio della parte B ha durata 30 minuti.
- Il punteggio massimo è di 32. Per accedere alla parte B è necessario aver conseguito un punteggio maggiore o uguale a 8 nella parte A. La prova viene considerata sufficiente con una valutazione maggiore o uguale a 18/32;
- La prova va svolta su fogli bianchi con penna di colore diverso dal rosso. I fogli su cui è svolta la prova vanno caricati su BeeP nell'apposita cartella di consegna, creando un file PDF per ogni esercizio;
- I file vanno rinominati nel seguente modo: `Cognome.Nome.CODICEPERSONA.ES#`, mettendo al posto del # il numero dell'esercizio e ricordando che il codice persona è un numero da 8 cifre;
- In testa al primo foglio di ciascun esercizio, vanno riportati nome, cognome e codice persona. Riportare, inoltre i risultati numerici richiesti con unità di misura;
- Nella risoluzione degli esercizi è necessario riportare la grandezza che si vuole calcolare, la formula utilizzata ed il risultato numerico con unità di misura. L'assenza di uno di questi elementi viene considerata come errore;
- L'esame deve essere svolto in maniera ordinata e con grafia leggibile pena l'invalidazione della prova stessa.

Esercizio 1

Dato il circuito in figura alimentato a 100 rad/s, **calcolare** La tensione \mathbf{V}_1 , la corrente \mathbf{I}_{12} e la tensione \mathbf{V}_2 (in fasore). **Calcolare** l'espressione temporale della corrente $i_2(t)$. **Calcolare**, infine, la potenza complessa \mathbf{S}_2 erogata dal generatore $e_2(t)$. **Definire** la potenza complessa su un generico bipolo, ed analizzare i casi particolari di induttore e condensatore.



$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= 200 \text{ V} \\ \mathbf{E}_2 &= j200 \text{ V} \\ \mathbf{E}_3 &= -j200 \text{ V} \\ R_{11} = R_{12} = R_{13} &= 33,33 \ \Omega \\ L_1 &= 0,4 \text{ H} \\ R_2 &= 20 \ \Omega \\ L_2 &= 0,4 \text{ H} \\ C_2 &= 250 \ \mu\text{F} \end{aligned}$$

Risultati:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_1 &= (-200 + j200) \text{ V} \\ \mathbf{I}_{12} &= (-2 + j6) \text{ A} \\ \mathbf{V}_2 &= (-400 + j200) \\ i_2(t) &= 31,8 \cos(100t + 1,21) \text{ A} \\ \mathbf{S}_2 &= (4200 + j1600) \text{ VA} \end{aligned}$$

Soluzione:

Per prima cosa, si calcolino le impedenze equivalenti:

$$\mathbf{Z}_{L_1} = j\omega L_1 = +j40 \ \Omega \quad (1)$$

$$\mathbf{Z}_{L_2} = j\omega L_2 = +j40 \ \Omega \quad (2)$$

$$\mathbf{Z}_{C_2} = \frac{1}{j\omega C_2} = -j40 \ \Omega \quad (3)$$

A questo punto, è possibile procedere con la risoluzione della rete sdoppiando i generatori di tensione.

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1 = (-200 + j200) \text{ V} \quad (4)$$

$$\mathbf{I}_{21} = \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{Z}_{L_1}} = (5 + j5) \text{ A} \quad (5)$$

Il primo dei due circuiti trifase si risolve con Millman:

$$\mathbf{V}_{O'O} = \frac{\frac{\mathbf{E}_1}{R_2} + \frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{Z}_{L_2}} + \frac{\mathbf{E}_3}{\mathbf{Z}_{C_2}}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{\mathbf{Z}_{L_2}} + \frac{1}{\mathbf{Z}_{C_2}}} = 400 \text{ V} \quad (6)$$

Da una KVL:

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{E}_2 - \mathbf{V}_{O'O} = (-400 + j200) \text{ V} \quad (7)$$

Quindi:

$$\mathbf{I}_{22} = \frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{Z}_{L_2}} = (5 + j10) \text{ A} \quad (8)$$

Analogamente pre il secondo:

$$\mathbf{V}_{O''O} = \frac{\frac{\mathbf{E}_1}{R_{11}} + \frac{\mathbf{E}_2}{R_{12}} + \frac{\mathbf{E}_3}{R_{13}}}{\frac{1}{R_{11}} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{13}}} = 66,67 \text{ V} \quad (9)$$

$$\mathbf{V}_{12} = \mathbf{E}_2 - \mathbf{V}_{O''O} = (-66,67 + j200) \text{ V} \quad (10)$$

$$\mathbf{I}_{12} = \frac{\mathbf{V}_{12}}{R_{12}} = (-2 + j6) \text{ A} \quad (11)$$

Sommando i tre contributi:

$$\mathbf{I}_{E_2} = \mathbf{I}_{21} + \mathbf{I}_{22} + \mathbf{I}_{12} = (8 + j21) \text{ A} \quad (12)$$

Antitrasformando:

$$i_2(t) = 22,47\sqrt{2} \cos(100t + 1,21) \text{ A} \quad (13)$$

Infine:

$$\mathbf{S}_{E_2} = \mathbf{E}_2 \mathbf{I}_2^* = (4200 + j1600) \text{ VA} \quad (14)$$