

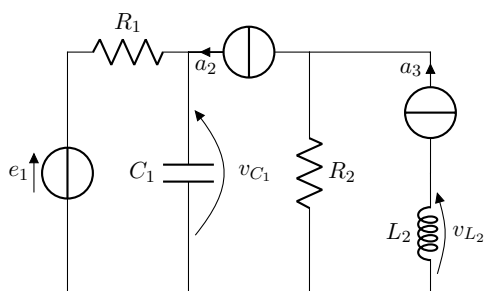
Modalità d'esame:

- La prova consiste in due parti. La Parte A è composta da 12 domande brevi da 1 punto ciascuna, la parte B da 2 esercizi da 10 punti ciascuno.
- Il tempo a disposizione per la parte A è di 15 minuti, mentre ciascun esercizio della parte B ha durata 30 minuti.
- Il punteggio massimo è di 32. Per accedere alla parte B è necessario aver conseguito un punteggio maggiore o uguale a 8 nella parte A. La prova viene considerata sufficiente con una valutazione maggiore o uguale a 18/32;
- La prova va svolta su fogli bianchi con penna di colore diverso dal rosso. I fogli su cui è svolta la prova vanno caricati su BeeP nell'apposita cartella di consegna, creando un file PDF per ogni esercizio;
- I file vanno rinominati nel seguente modo: `Cognome.Nome.CODICEPERSONA.ES#`, mettendo al posto del # il numero dell'esercizio e ricordando che il codice persona è un numero da 8 cifre;
- In testa al primo foglio di ciascun esercizio, vanno riportati nome, cognome e codice persona. Riportare, inoltre i risultati numerici richiesti con unità di misura;
- Nella risoluzione degli esercizi è necessario riportare la grandezza che si vuole calcolare, la formula utilizzata ed il risultato numerico con unità di misura. L'assenza di uno di questi elementi viene considerata come errore;
- L'esame deve essere svolto in maniera ordinata e con grafia leggibile pena l'invalidazione della prova stessa.

Esercizio 1

Dato il circuito alimentato in regime alternato sinusoidale, **calcolare** le espressioni nel dominio del tempo dell'andamento delle tensioni ai capi dell'induttore L_2 ($v_{L_2}(t)$) e del condensatore C_1 ($v_{C_1}(t)$). Calcolare, inoltre, la potenza attiva dissipata dal resistore R_2 (P_{R_2}) e la potenza complessa generata da a_3 (S_{A_3})

A partire dall'espressione nel tempo della potenza in regime alternato sinusoidale, **spiegare** l'utilità del rifasamento e **mostrare** come si calcola il condensatore di rifasamento.



$$\begin{aligned}
 e_1 &= 20\sqrt{2} \sin(100t) \text{ V} \\
 a_2 &= 1,41 \cos(100t) \text{ A} \\
 a_3 &= 2,82 \cos(100t + \pi/2) \text{ A} \\
 R_1 &= 10 \ \Omega \\
 R_2 &= 100 \ \Omega \\
 C_1 &= 1 \text{ mF} \\
 L_2 &= 100 \text{ mH}
 \end{aligned}$$

Risultati:

$$\begin{aligned}
 v_{L_2}(t) &= 28,28 \cos(100t) \text{ V} \\
 v_{C_1}(t) &= 15,8\sqrt{2} \cos(\omega t - 1,89) \text{ V} \\
 P_{R_2} &= 500 \text{ W} \\
 S_{A_3} &= (400 + j24) \text{ VA}
 \end{aligned}$$

Soluzione:

Effettuando la trasformata fasoriale:

$$E_1 = -jE_1 \tag{1}$$

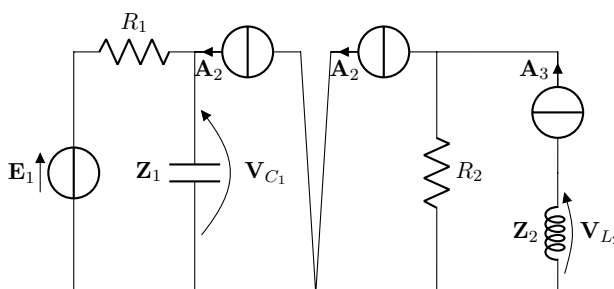
$$A_2 = 1 \text{ A} \tag{2}$$

$$A_3 = j2 \text{ A} \tag{3}$$

$$Z_1 = \frac{1}{j\omega C_1} = -j10 \ \Omega \tag{4}$$

$$Z_2 = j\omega L_2 = +j10 \ \Omega \tag{5}$$

Per risolvere questo circuito è possibile sdoppiare il generatore di corrente:



La rete di destra si risolve facilmente:

$$\mathbf{V}_{L_2} = -\mathbf{A}_3 \cdot \mathbf{Z}_2 = 20 \text{ V} \quad (6)$$

Antitrasformando:

$$v_{L_2}(t) = 20\sqrt{2} \cos(100t) \text{ V} \quad (7)$$

$$Q_{L_2} = \frac{|\mathbf{V}_{L_2}|^2}{\text{Im}(\mathbf{Z}_2)} = 40 \text{ var} \quad (8)$$

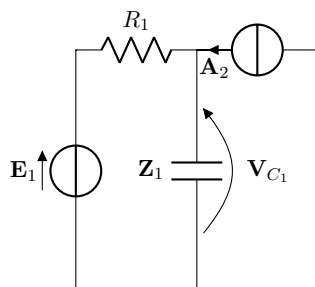
$$\mathbf{I}_{R_2} = \mathbf{A}_3 - \mathbf{A}_2 = (-1 + j2) \text{ A} \quad (9)$$

$$P_{R_2} = |\mathbf{I}_{R_2}|^2 R_2 = 500 \text{ W} \quad (10)$$

$$\mathbf{V}_{A_3} = R_2(\mathbf{A}_3 - \mathbf{A}_2) + \mathbf{Z}_2 \mathbf{A}_3 = (-120 + j200) \text{ V} \quad (11)$$

$$\mathbf{S}_{A_3} = \mathbf{V}_{A_3} \mathbf{A}_3^* = (400 + j240) \text{ VA} \quad (12)$$

La parte sinistra della rete è:



La rete è binodale. Per evitare la formula di Millman, si applica il PSE:

$$\mathbf{V}_{C_1} = \mathbf{E}_1 \cdot \frac{\mathbf{Z}_{eq}}{R_1 + \mathbf{Z}_{eq}} + \mathbf{A}_2 \cdot \frac{R_1}{\mathbf{Z}_{eq} + R_1} \cdot \mathbf{Z}_{eq} = (-5 - j15) \text{ V} \quad (13)$$

Antitrasformando¹:

$$v_{C_1}(t) = 15,8\sqrt{2} \cos(\omega t - 1,89) \text{ V} \quad (14)$$

¹Si è utilizzato il valore $E_1 = 20 \text{ V}$

Modalità d'esame:

- La prova consiste in due parti. La Parte A è composta da 12 domande brevi da 1 punto ciascuna, la parte B da 2 esercizi da 10 punti ciascuno.
- Il tempo a disposizione per la parte A è di 15 minuti, mentre ciascun esercizio della parte B ha durata 30 minuti.
- Il punteggio massimo è di 32. Per accedere alla parte B è necessario aver conseguito un punteggio maggiore o uguale a 8 nella parte A. La prova viene considerata sufficiente con una valutazione maggiore o uguale a 18/32;
- La prova va svolta su fogli bianchi con penna di colore diverso dal rosso. I fogli su cui è svolta la prova vanno caricati su BeeP nell'apposita cartella di consegna, creando un file PDF per ogni esercizio;
- I file vanno rinominati nel seguente modo: `Cognome.Nome.CODICEPERSONA.ES#`, mettendo al posto del # il numero dell'esercizio e ricordando che il codice persona è un numero da 8 cifre;
- In testa al primo foglio di ciascun esercizio, vanno riportati nome, cognome e codice persona. Riportare, inoltre i risultati numerici richiesti con unità di misura;
- Nella risoluzione degli esercizi è necessario riportare la grandezza che si vuole calcolare, la formula utilizzata ed il risultato numerico con unità di misura. L'assenza di uno di questi elementi viene considerata come errore;
- L'esame deve essere svolto in maniera ordinata e con grafia leggibile pena l'invalidazione della prova stessa.

Esercizio 2

Dato il circuito in figura, sapendo che l'interruttore si chiude all'istante di tempo $t_0 = 0$ e si riapre a $t_1 = 2,3\tau_1$, **determinare** l'espressione analitica e **rappresentare** l'andamento nel tempo della corrente $i_L(t)$ con il verso indicato in Figura. **Riportare** in maniera esplicita i valori delle condizioni iniziali del primo e del secondo transitorio ($i_L(t_0^-)$ e $i_L(t_1^-)$), i valori asintotici del primo e del secondo transitorio ($i_L(\infty_1)$ e $i_L(\infty_2)$), e le costanti di tempo del primo e del secondo transitorio (τ_1 e τ_2).

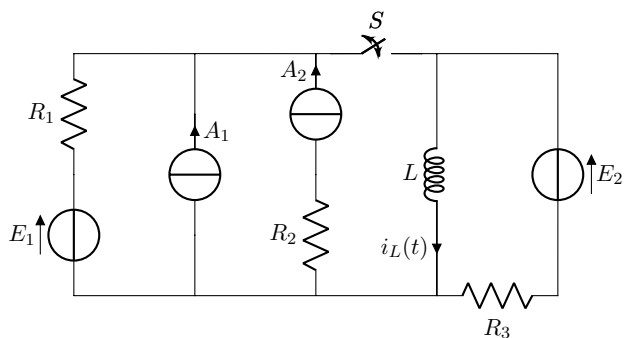
Spiegare il concetto di costante di tempo (da entrambi i punti di vista qualitativo ed analitico). **Analizzare**, quindi, il concetto di tempo di esaurimento di un transitorio.

Attenzione, la corrente A_2 va determinata come segue:

inserire il proprio **Codice Persona** (8 cifre):

a	b	c	d	e	f	g	h

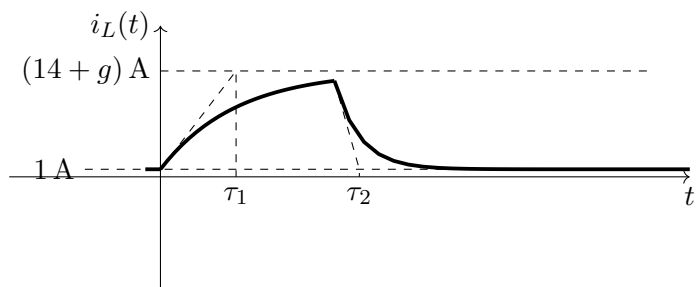
 $\rightarrow A_2 = \frac{\square}{g+1}$ A



- $E_1 = 30$ V
- $E_2 = 10$ V
- $A_1 = 9$ A
- $A_2 = (g + 1)$ A
- $R_1 = 10$ Ω
- $R_2 = 5$ Ω
- $R_3 = 10$ Ω
- $L = 20$ mH

Risultati:

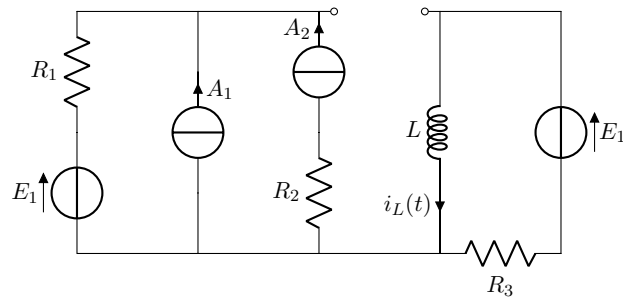
- $i_L(t_0^-) = 1$ A
- $i_L(\infty_1) = (14 + g)$ A
- $i_L(t_1^-) = (12,7 + 0,9g)$ A
- $i_L(\infty_2) = 1$ A
- $\tau_1 = 6$ ms
- $\tau_2 = 2$ ms



$$i_L(t) = \begin{cases} 1 \text{ A}, & t < t_0 \\ (14 + g) - (13 + g) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}}, & t_0 > t > t_1 \\ 1 + (11,7 + 0,9g) \cdot e^{-\frac{t-t_1}{\tau_2}}, & t > t_1 \end{cases}$$

Soluzione:

Rete per $t = t_0^-$ e per $t = \infty_2$



Dalla maglia di destra:

$$i_L(t_0^-) = i_L(\infty_2) = \frac{E_2}{R_3} = 1 \text{ A} \quad (15)$$

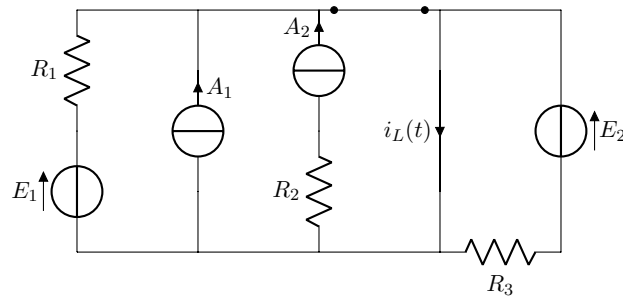
La resistenza equivalente è:

$$R_{eq,2} = R_3 \quad (16)$$

Quindi:

$$\tau_2 = \frac{L}{R_{eq,2}} = 2 \text{ ms} \quad (17)$$

Circuito a ∞_1



Da una KCL:

$$i_L(\infty) = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_3} + A_1 + A_2 = (14 + g) \text{ A} \quad (18)$$

La resistenza equivalente vale:

$$R_{eq,1} = R_1 // R_3 \quad (19)$$

Costante di tempo:

$$\tau_1 = \frac{L}{R_{eq,1}} = 6 \text{ ms} \quad (20)$$

Il tempo t_1 si risolve per via analitica:

$$i_L(t_1) = (14 + g) - (13 + g)e^{-2,3} = (12,7 + 0,9g) \text{ V} \quad (21)$$