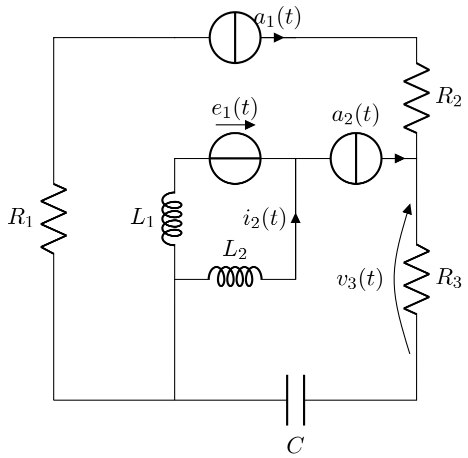
Esercizio 1

Dato il circuito alimentato in regime alternato sinusoidale a 50 Hz, **calcolare** la potenza attiva dissipata dal resistore R_2 (P_{R_2}), il fasore della tensione ai capi del resistore R_3 ($\mathbf{V}_3$), la potenza reattiva assorbita da C (Q_C) e l'espressione nel dominio del tempo della corrente che scorre nell'induttore L_2 ($i_2(t)$).
Attenzione, il valore di x va determinato come segue ($x = h + 1$; nota $9 + 1 = 10$):

inserire il proprio **Codice Persona** (8 cifre):

								$x =$	
a	b	c	d	e	f	g	h		h+1



$e_1 = 20\sqrt{2}\cos(\omega t + \pi/2)\,\mathrm{V}$
$a_1 = 2{,}82\sin(\omega t)\,\mathrm{A}$
$a_2 = 2{,}82\cos(\omega t)\,\mathrm{A}$
$R_1 = (1 \cdot x)\ \Omega$
$R_2 = (2 \cdot x)\ \Omega$
$R_3 = (3 \cdot x)\ \Omega$
$C = 0{,}5$ mF
$L_1 = 15{,}92$ mH
$L_2 = 15{,}92$ mH

Risultati:

$P_{R_2} = \quad (8 \cdot x)\,\mathrm{W}$

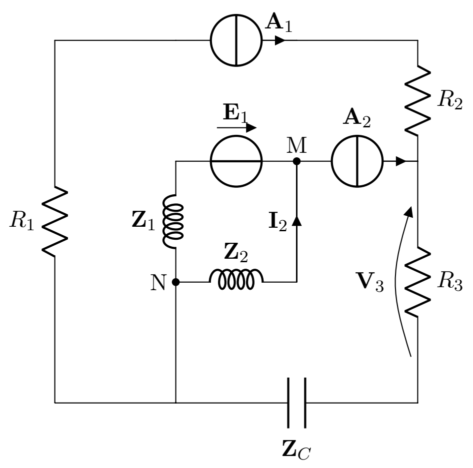
$\mathbf{V}_3 = \quad (6 - j6) \cdot x\,\mathrm{V}$

$Q_C = \quad -50{,}93\,\mathrm{var}$

$i_2(t) = \quad 1\sqrt{2}\cos(\omega t + \pi)\,\mathrm{A}$

Soluzione:

Effettuando la trasformata fasoriale del circuito si ottiene:



$$\mathbf{Z}_1 = j(2\pi f)L_1 = +j5\ \Omega \tag{1}$$

$$\mathbf{Z}_2 = j(2\pi f)L_2 = +j5\ \Omega \tag{2}$$

$$\mathbf{Z}_C = \frac{1}{j(2\pi f)C} = -j6{,}37\ \Omega \tag{3}$$

Per prima cosa si può calcolare la tensione $\mathbf{V}_{MN}$ attraverso la formula di Millman:

$$\mathbf{V}_{MN} = \frac{\dfrac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{Z}_1} - \mathbf{A}_2}{\dfrac{1}{\mathbf{Z}_1} + \dfrac{1}{\mathbf{Z}_2}} = +j5\,\mathrm{V} \tag{4}$$

$$\mathbf{I}_2 = -\frac{\mathbf{V}_{MN}}{\mathbf{Z}_2} = -1{,}00\,\mathrm{A} \tag{5}$$

Quindi:

$$i_2(t) = 0{,}5\sqrt{2}\cos(\omega t + \pi)\,\mathrm{A} \tag{6}$$

La corrente $\mathbf{I}_3$ si ottiene da una KCL:

$$\mathbf{I}_3 = \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 = (2 - j2)\,\mathrm{A} \tag{7}$$

Dalla legge di Ohm:

$$\mathbf{V}_3 = \mathbf{I}_3 \cdot R_3 = ((6 - j6) \cdot x)\,\mathrm{V} \tag{8}$$

Dato che è nota la corrente che circola in R_2, si trova facilmente la potenza dissipata da questo elemento:

$$P_{R_2} = |\mathbf{A}_1|^2 R_2 = (8 \cdot x)\,\mathrm{W} \tag{9}$$

$$Q_C = X_C |\mathbf{I}_3|^2 = -50{,}93\,\mathrm{var} \tag{10}$$

Teoria 1

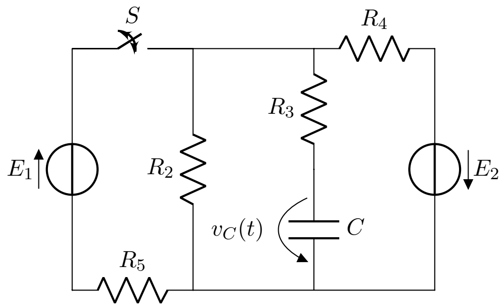
Elencare le principali tecniche analizzate durante il corso per la risoluzione dei circuiti elettrici, indicando per ciascuna le ipotesi di applicazione. Scegliere una delle tecniche elencate e mostrarne l'applicazione mediante un esempio significativo.

Esercizio 2

Dato il circuito in figura, sapendo che l'interruttore è chiuso da un tempo infinito, che si apre all'istante di tempo $t_0 = 0s$ e si richiude all'istante di tempo $t_1 = 2{,}015 \cdot \tau_1$, **determinare** l'espressione analitica e **rappresentare** l'andamento nel tempo della tensione $v_C(t)$ per $-\infty < t < +\infty$, con il verso indicato in figura. **Riportare** in maniera esplicita i valori della tensione v_C ai tempi t_0^- e t_1^-, i valori asintotici del primo ($v_C(\infty_1)$) e secondo transitorio ($v_C(\infty_2)$), e le constanti di tempo (τ_1 e τ_2).
Attenzione, il valore di x va determinato come segue ($x = h + 1$; nota $9 + 1 = 10$):

inserire il proprio **Codice Persona** (8 cifre):

								$x =$	
a	b	c	d	e	f	g	h		h+1



$E_1 = (40 \cdot x)\,\mathrm{V}$
$E_2 = (10 \cdot x)\,\mathrm{V}$
$R_2 = 30\ \Omega$
$R_3 = 10\ \Omega$
$R_4 = 30\ \Omega$
$R_5 = 30\ \Omega$
$C = 10\ \mathrm{mF}$

Risultati:

$v_C(t_0^-) = \quad (-10 \cdot x)\,\mathrm{V}$

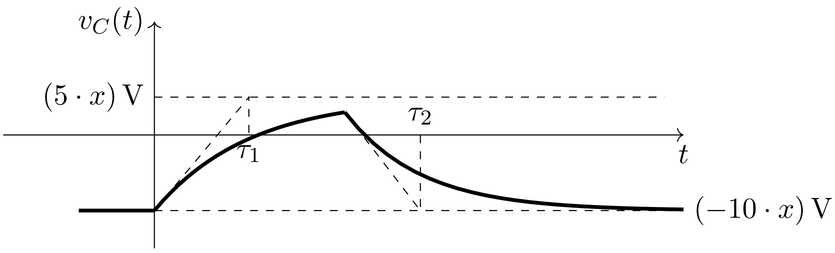
$v_C(t_1^-) = \quad (3 \cdot x)\,\mathrm{V}$

$v_C(\infty_1) = \quad (5 \cdot x)\,\mathrm{V}$

$v_C(\infty_2) = \quad (-10 \cdot x)\,\mathrm{V}$

$\tau_1 = \quad 250\ \mathrm{ms}$

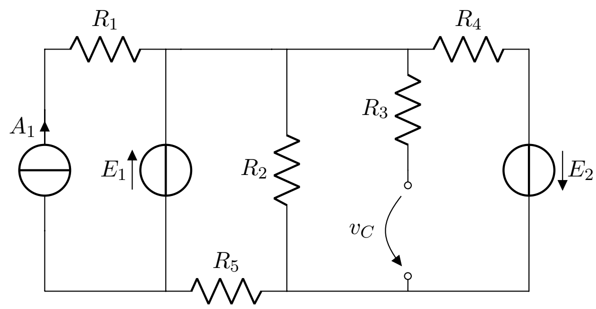
$\tau_2 = \quad 200\ \mathrm{ms}$



$$
v_C(t) = \begin{cases} (-10 \cdot x)\,\mathrm{A}, & t < t_0 \\ (5 \cdot x - 15 \cdot x) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}}, & t_0 < t < t_1 \\ (-10 \cdot x + 13 \cdot x) \cdot e^{-\frac{t-t_1}{\tau_2}}, & t > t_1 \end{cases}
$$

Soluzione:

Rete per $t < t_0$



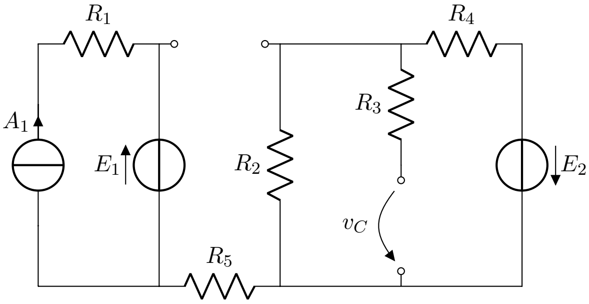
Il generatore di corrente E_1 disaccoppia la rete. La parte di destra si risolve con Millman:

$$
V_{MN} = \frac{\dfrac{E_1}{R_5} - \dfrac{E_2}{R_4}}{\dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_5} + \dfrac{1}{R_4}} = (10 \cdot x)\,\mathrm{V} \tag{11}
$$

Quindi:

$$
v_C(t_0^-) = -V_{MN} = (-10 \cdot x)\,\mathrm{V} \tag{12}
$$

Condizioni finali del transitorio



Da un partitore di tensione:

$$v_C(\infty_1) = E_2 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_4} = (5 \cdot x)\,\mathrm{V} \tag{13}$$

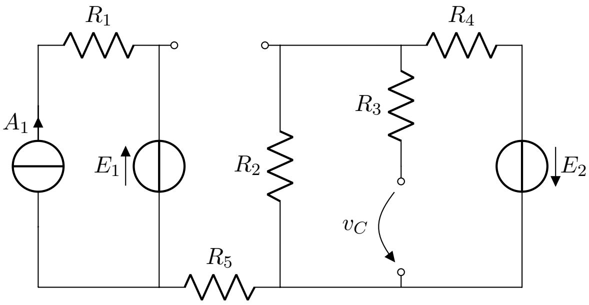
$$R_{eq,1} = R_3 + R_2 /\!/ R_4 = 25\ \Omega \tag{14}$$

$$\tau_1 = R_{eq,1} C = 250\ \mathrm{ms} \tag{15}$$

Tempo t_1

$$v_C(t_1) = v_C(\infty_1) + e^{-t_1/\tau} \left(v_C(t_0^-) - v_C(\infty_1) \right) = (3 \cdot x)\,\mathrm{A} \tag{16}$$

Condizioni finali del secondo transitorio:



$$v_C(\infty_2) = v_C(t_0^-) \tag{17}$$

La resistenza equivalente vale:

$$R_{eq,2} = R_3 + R_2 /\!/ R_4 /\!/ R_5 = 20\ \Omega \tag{18}$$

Costante di tempo:

$$\tau_2 = R_{eq,2} C = 200\ \mathrm{ms} \tag{19}$$

Teoria 2
Spiegare il significato dei vari termini della formula dei transitori del prim'ordine, dopo averla dimostrata a partire da un circuito a scelta del candidato.