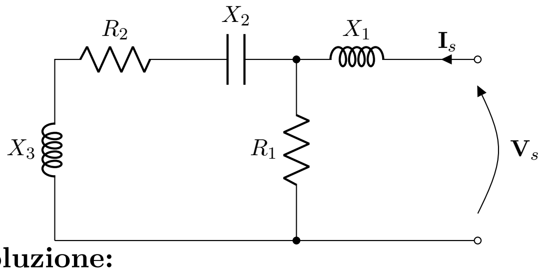
4°Appello
Parte B-1

Fondamenti di Elettrotecnica
Prof. Zich

16/02/2021

Esercizio 1

Dato il circuito in figura, alimentato in regime alternato sinusoidale a 50 Hz, nota la potenza reattiva dissipata da X_3 (Q_{X_3}), **calcolare** la potenza reattiva dissipata da X_2, la potenza complessa dissipata da R_1, il valore efficace della corrente $\mathbf{I}_s$ e della tensione $\mathbf{V}_s$.



$R_1 = 48{,}16\ \Omega$
$R_2 = 16\ \Omega$
$X_1 = 5{,}55\ \Omega$
$X_2 = -8\ \Omega$
$X_3 = 38\ \Omega$
$Q_{X_3} = 3800\,\mathrm{var}$

Risultati:

$Q_{X_2} = -800\,\mathrm{var}$
$\mathbf{S}_{R_1} = 2400\,\mathrm{W}$
$|\mathbf{I}_s| = 14{,}71\,\mathrm{A}$
$|\mathbf{V}_s| = 394{,}41\,\mathrm{W}$

Soluzione:

La rete si risolve mediante il metodo di Boucherot:

$$|\mathbf{I}_0| = \sqrt{\frac{Q_{X_3}}{X_3}} = 10\,\mathrm{A} \tag{1}$$

Sezione 1:

$$P_1 = R_2|\mathbf{I}_0|^2 = 1600\,\mathrm{W} \tag{2}$$

$$Q_{X_2} = X_2|\mathbf{I}_0^2| = -800\,\mathrm{var} \tag{3}$$

$$Q_1 = Q_{X_3} + Q_{X_2} = 3000\,\mathrm{var} \tag{4}$$

$$A_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} = 3400\,\mathrm{VA} \tag{5}$$

$$|\mathbf{V}_1| = |\mathbf{V}_2| = \frac{A_1}{|\mathbf{I}_0|} = 340\,\mathrm{V} \tag{6}$$

Sezione 2:

$$\mathbf{S}_{R_1} = P_{R_1} = \frac{|\mathbf{V}_1|^2}{R_1} = 2400{,}33\,\mathrm{W} \tag{7}$$

$$P_2 = P_1 + P_{R_1} = 4000{,}33\,\mathrm{W} \tag{8}$$

$$A_2 = \sqrt{P_2^2 + Q_1^2} = 5000{,}27\,\mathrm{var} \tag{9}$$

$$|\mathbf{I}_s| = \frac{A_2}{|\mathbf{V}_1|} = 14{,}71\,\mathrm{A} \tag{10}$$

Sezione 3:

$$Q_3 = Q_1 + X_1|\mathbf{I}_s|^2 = 4200{,}39\,\mathrm{var} \tag{11}$$

$$A_3 = \sqrt{P_2^2 + Q_3^2} = 5800{,}51\,\mathrm{VA} \tag{12}$$

$$|\mathbf{V}_s| = \frac{A_3}{|\mathbf{I}_s|} = 394{,}41\,\mathrm{V} \tag{13}$$

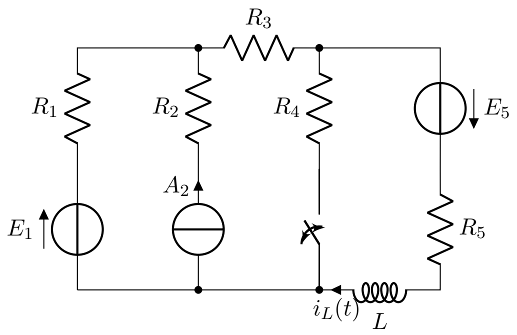
Teoria 1
Enunciare e dimostrare il teorema di Thevenin. Mostrarne, poi, l'applicazione mediante un esempio significativo.

Esercizio 2

Dato il circuito in figura, sapendo che l'interruttore si chiude all'istante di tempo $t_0 = 0$ e si riapre all'istante di tempo $t_1 = 2\tau_1$, **determinare** l'espressione analitica e **rappresentare** l'andamento nel tempo della tensione $i_L(t)$ per $t \geq 0$, con il verso indicato in figura. **Riportare** esplicitamente i valori delle costanti di tempo del primo e del secondo transitorio (τ_1, τ_2 rispettivamente), i valori delle condizioni iniziali del primo e del secondo tansitorio ($i_L(t_0^-)$ e $i_L(t_1^-)$ rispettivamente), ed i valori delle condizioni finali del primo e del secondo transitorio ($i_L(\infty_1)$ ed $i_L(\infty_2)$ rispettivamente).
Attenzione, il valore di y va determinato come segue ($y = 11 - g$):

inserire il proprio **Codice Persona** (8 cifre):

								$x =$	
a	b	c	d	e	f	g	h		11-f



$E_1 = (40 \cdot x)\,\mathrm{V}$
$E_5 = (30 \cdot x)\,\mathrm{V}$
$A_2 = (4 \cdot x)\,\mathrm{A}$
$R_1 = 10\ \Omega$
$R_2 = 10\ \Omega$
$R_3 = 10\ \Omega$
$R_4 = 4\ \Omega$
$R_5 = 30\ \Omega$
$L = 100\ \mathrm{mH}$

Risultati:

$i_L(t_0^-) = (2{,}2 \cdot x)\,\mathrm{A}$

$i_L(\infty_1) = (1{,}2 \cdot x)\,\mathrm{A}$

$i_L(t_1^-) = 1{,}5\,\mathrm{A}$

$i_L(\infty_2) = (2{,}2 \cdot x)\,\mathrm{A}$

$\tau_1 = 3\ \mathrm{ms}$

$\tau_2 = 4{,}5\ \mathrm{ms}$

$$i_L(t) = \begin{cases} 1{,}2 \cdot x + 1 \cdot x e^{-t/\tau_1}\,\mathrm{A}, & 0 < t < t_1 \\ 2{,}5 \cdot x - 0{,}7 \cdot x \cdot e^{-(t-t_1)/\tau_2}, & t > t_1 \end{cases}$$

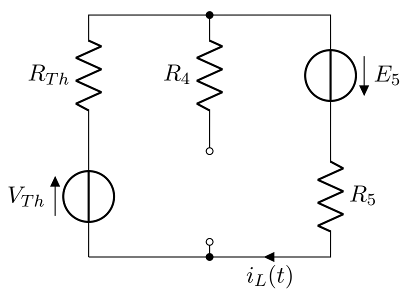
Soluzione:

Per comodità, calcolo l'equivalente Thevenin della parte sinistra della rete (questo vale per tutti gli istanti temporali):

$$R_{Th} = R_3 + R_1 = 20\ \Omega \tag{14}$$

$$V_{Th} = E_1 + R_1 A_2 = (80 \cdot x)\,\mathrm{V} \tag{15}$$

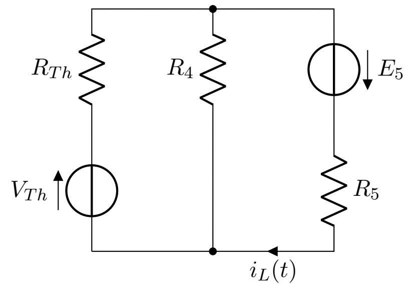
Rete per $t < t_0$



Dalla formula delle reti ad anello:

$$i_L(t_0^-) = \frac{V_{Th} + E_5}{R_{Th} + R_5} = (2{,}20 \cdot x)\,\mathrm{A} \tag{16}$$

Condizioni finali del primo transitorio



Dalla formula di Millman:

$$V_{MN} = \frac{\dfrac{V_{Th}}{R_{Th}} - \dfrac{E_5}{R_5}}{\dfrac{1}{R_{Th}} + \dfrac{1}{R_4} + \dfrac{1}{R_5}} = (9 \cdot x)\,\mathrm{V} \tag{17}$$

Quindi:

$$i_L(\infty_1) = \frac{V_{MN} + E_5}{R_5} = (1{,}30 \cdot x)\,\mathrm{A} \tag{18}$$

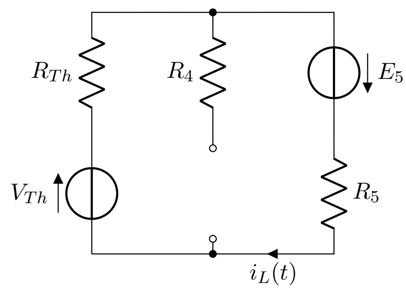
$$R_{eq,1} = R_5 + R_{Th} /\!/ R_4 = 33{,}33\ \Omega \tag{19}$$

$$\tau_1 = \frac{L}{R_{eq,1}} = 3\ \mathrm{ms} \tag{20}$$

Tempo t_1

$$i_L(t_1) = i_L(\infty_1) + e^{-t_1/\tau}\left(i_L(t_0^-) - i_L(\infty_1)\right) = (1{,}50 \cdot x)\,\mathrm{A} \tag{21}$$

Condizioni finali del secondo transitorio:



$$i_L(\infty_2) = i_L(t_0^-) \tag{22}$$

La resistenza equivalente vale:

$$R_{eq,2} = R_5 + R_{Th} = 50\ \Omega \tag{23}$$

Costante di tempo:

$$\tau_2 = \frac{L}{R_{eq,2}} = 4{,}50\ \mathrm{ms} \tag{24}$$

Soluzione Alternativa a t_0^- e ∞_2:
Dalla formula di Millman:

$$V_{PN} = \frac{\dfrac{E_1}{R_1} + A_2 - \dfrac{E_5}{R_3 + R_5}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_3 + R_5}} = (58 \cdot x)\,\mathrm{V} \tag{25}$$

$$i_L(0^-) = \frac{V_{PN} + E_5}{R_3 + R_5} = (2{,}20 \cdot x)\,\mathrm{A} \tag{26}$$

Teoria 2

Scrivere, spiegare e dimostrare la formula dei transitori del prim'ordine con condensatore.