

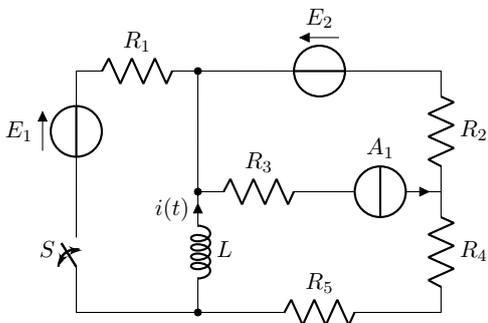
Cognome	Nome	Matricola	Posizione	Voto
---------	------	-----------	-----------	------

Modalità d'esame:

- La durata della prova è di 90 minuti. La prova viene considerata sufficiente con una valutazione maggiore o uguale a 18/30;
- E' possibile utilizzare una calcolatrice non programmabile ed un formulario di una sola pagina scritta di proprio pugno dallo studente. Qualunque altro tipo di supporto (appunti, quaderni, libri, tablet, cellulari, ...) e di smartwatch non è consentito;
- Nella risoluzione degli esercizi è necessario riportare la grandezza che si vuole calcolare, la formula utilizzata ed il risultato numerico con unità di misura. L'assenza di uno di questi elementi viene considerata come errore. I risultati numerici devono essere riportati negli appositi spazi;
- La prova va svolta a penna di colore diverso dal rosso in maniera ordinata e con grafia leggibile, pena l'invalidazione della stessa. Deve essere svolta sui fogli consegnati dal docente, eventuali fogli aggiuntivi o di brutta non verranno corretti.

Esercizio 1

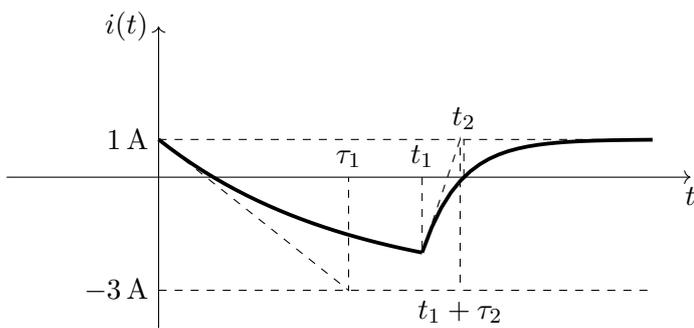
8 punti - Dato il circuito in figura, sapendo che l'interruttore S si chiude all'istante $t_0 = 0s$ e si riapre al tempo $t_1 = 1,387\tau_1$, determinare l'espressione analitica e rappresentare l'andamento nel tempo della corrente $i(t)$ per $t > 0$ con il verso indicato in figura. Calcolare, inoltre, la potenza generata da E_1 all'istante di tempo t_0^- , l'energia accumulata nell'induttore al tempo t_1 ed il tempo $t_2 > t_1$ al quale vale $i(t_2) = 0$. Riportare in maniera esplicita il valore delle condizioni iniziali ($i(t_0^-)$), i valori asintotici del primo ($i(\infty_1)$) e del secondo ($i(\infty_2)$) transitorio e la costante di tempo rispettivamente del primo (τ_1) e del secondo (τ_2) transitorio.



- $E_1 = 40 \text{ V}$
- $E_2 = 60 \text{ V}$
- $A_1 = 5 \text{ A}$
- $R_1 = 10 \ \Omega$
- $R_2 = 20 \ \Omega$
- $R_3 = 20 \ \Omega$
- $R_4 = 10 \ \Omega$
- $R_5 = 10 \ \Omega$
- $L = 240 \text{ mH}$

Risultati:

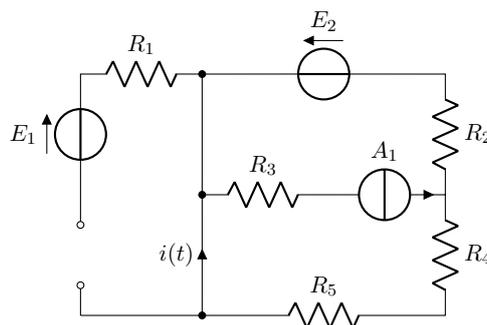
- $i(t_0^-) = 1 \text{ A}$
- $P_{E_1}(t_0^-) = 0 \text{ W}$
- $i(\infty_1) = -3 \text{ A}$
- $i(\infty_2) = 1 \text{ A}$
- $\tau_1 = 30 \text{ ms}$
- $\tau_2 = 6 \text{ ms}$
- $W_H(t_1) = 480 \text{ mJ}$
- $t_2 = 48,2 \text{ ms}$



$$i(t) = \begin{cases} -3 + 4e^{-t/\tau_1} & t_0 < t < t_1 \\ 1 - 3e^{-(t-t_1)/\tau_2} & t > t_1 \end{cases}$$

Soluzione:

Rete per $t < 0s$



Si vede subito che:

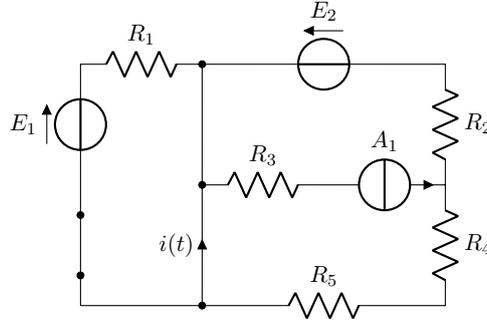
$$P_{E_1}(t_0^-) = 0 \text{ W} \quad (1)$$

La rete è binodale:

$$V_{MN} = \frac{-\frac{E_2}{R_2} + A_1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4 + R_5}} = 20 \text{ V} \quad (2)$$

$$i(t_0^-) = \frac{V_{MN}}{R_4 + R_5} = 1 \text{ A} \quad (3)$$

Condizioni asintotiche del primo transitorio



Disaccoppiando la rete:

$$i(\infty_1) = i(t_0^-) - \frac{E_1}{R_1} = -3 \text{ A} \quad (4)$$

La resistenza equivalente è:

$$R_{eq,1} = R_1 // (R_2 + R_4 + R_5) = 8 \ \Omega \quad (5)$$

Quindi:

$$\tau_1 = \frac{L}{R_{eq,1}} = 30 \text{ ms} \quad (6)$$

Condizioni iniziali del secondo transitorio:

$$i(t_1) = i(\infty_1) - [i(t_0^-) - i(\infty_1)] e^{-t_1/\tau_1} = -2,00 \text{ A} \quad (7)$$

Quindi:

$$W_H(t_1) = \frac{1}{2} L i_L(t_1)^2 = 480,34 \text{ mJ} \quad (8)$$

Condizioni finali del secondo transitorio:

La corrente è uguale a quella delle condizioni iniziali del primo transitorio:

$$i(\infty_2) = i(t_0^-) = 1 \text{ A} \quad (9)$$

La resistenza equivalente è:

$$R_{eq,2} = R_2 + R_4 + R_5 = 40 \ \Omega \quad (10)$$

Quindi:

$$\tau_2 = \frac{L}{R_{eq,2}} = 6 \text{ ms} \quad (11)$$

L'istante di tempo t_2 si ottiene risolvendo l'equazione:

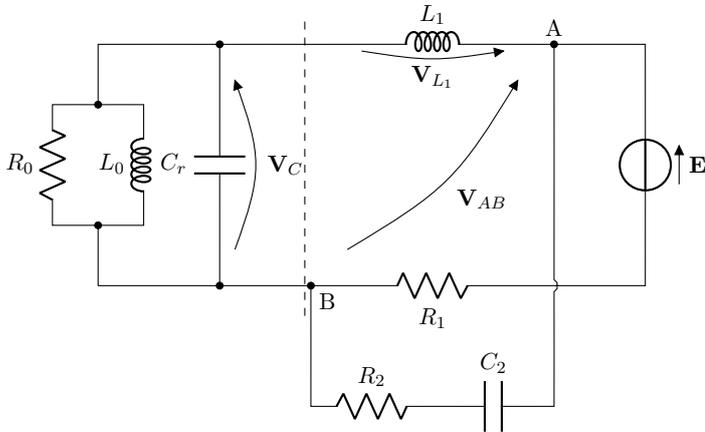
$$i(\infty_2) - [i(t_1) - i(\infty_2)] e^{-(t_2-t_1)/\tau_2} = 0 \quad (12)$$

Quindi:

$$t_2 = t_1 - \tau_2 \cdot \ln \left[-\frac{i(\infty_2)}{i(t_1) - i(\infty_2)} \right] = 48,20 \text{ ms} \quad (13)$$

Esercizio 2

8 punti - Dato il circuito in figura, funzionante in regime sinusoidale con pulsazione 50 rad/s , sapendo che il resistore R_0 dissipa una potenza attiva pari a P_0 , determinare il valore efficace della tensione \mathbf{V}_C ai capi del condensatore C_r dimensionato per ottenere rifasamento completo alla sezione tratteggiata e calcolare il valore del condensatore. Calcolare, poi, il valore efficace della tensione ai capi dell'induttore L_1 e della tensione \mathbf{V}_{AB} , la potenza reattiva dissipata dal condensatore C_2 e la potenza attiva dissipata dal resistore R_1 . Calcolare, infine, il valore efficace della corrente erogata dal generatore \mathbf{E} e la potenza complessa elaborata da tale generatore.



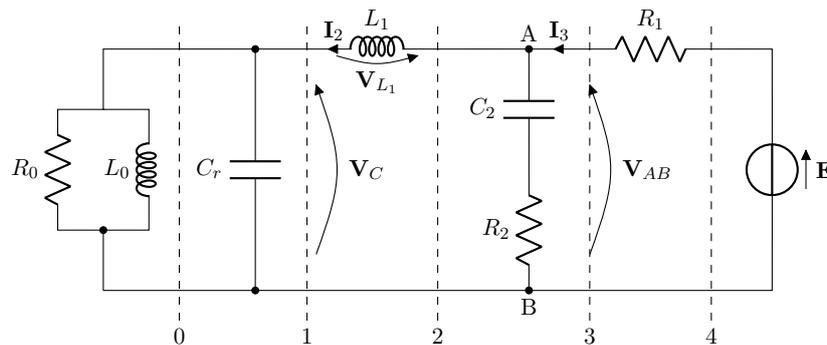
$$\begin{aligned} R_0 &= 10 \, \Omega \\ L_0 &= 0,5 \, \text{H} \\ R_1 &= 10 \, \Omega \\ L_1 &= 0,48 \, \text{H} \\ R_2 &= 24 \, \Omega \\ C_2 &= 2 \, \text{mF} \\ P_0 &= 1000 \, \text{W} \end{aligned}$$

Risultati:

$$\begin{aligned} |\mathbf{V}_C| &= 100 \, \text{V} \\ C_r &= 800 \, \mu\text{F} \\ |\mathbf{V}_{L_1}| &= 240 \, \text{V} \\ |\mathbf{V}_{AB}| &= 260 \, \text{V} \\ P_{R_1} &= \text{W} \\ Q_{C_2} &= -1000 \, \text{var} \\ |\mathbf{I}_E| &= 14,14 \, \text{A} \\ \mathbf{S}_E &= (5400 + j1400) \, \text{VA} \end{aligned}$$

Soluzione:

Per prima cosa, si ridisegni l'esercizio:



$$X_0 = \omega L_0 = 25 \, \Omega \quad (14)$$

$$X_1 = \omega L_1 = 24 \, \Omega \quad (15)$$

$$X_2 = \frac{1}{\omega C_2} = -10 \, \Omega \quad (16)$$

Sezione 0 ed 1:

$$|\mathbf{V}_0| = |\mathbf{V}_1| = |\mathbf{V}_C| = \sqrt{R_0 \cdot P_0} = 100 \, \text{V} \quad (17)$$

$$Q_0 = \frac{|\mathbf{V}_0|^2}{X_0} = 400 \, \text{var} \quad (18)$$

Dal momento che si vuole rifasamento completo, $Q_C = Q_0$. Dato che $|\mathbf{V}_0| = |\mathbf{V}_1|$ si ottiene che:

$$X_C = -X_0 = 25 \, \Omega \quad (19)$$

$$C_r = -\frac{1}{\omega X_C} = 800 \, \mu\text{F} \quad (20)$$

Quindi:

$$Q_1 = Q_0 - Q_C = 0 \, \text{var} \quad (21)$$

Di conseguenza $A_1 = P_1$:

$$|\mathbf{I}_1| = |\mathbf{I}_2| = \frac{P_1}{|\mathbf{V}_1|} = 10 \text{ A} \quad (22)$$

Sezione 2:

$$|\mathbf{V}_{L_1}| = X_1 |\mathbf{I}_1| = 240 \text{ V} \quad (23)$$

$$P_2 = P_1 = P_0 = 1000 \text{ W} \quad (24)$$

$$Q_2 = Q_1 + X_1 |\mathbf{I}_1|^2 = 2400 \text{ var} \quad (25)$$

$$A_2 = \sqrt{P_2^2 + Q_2^2} = 1000 \text{ VA} \quad (26)$$

$$|\mathbf{V}_2| = |\mathbf{V}_3| = |\mathbf{V}_{AB}| = \frac{A_2}{|\mathbf{I}_2|} = 260 \text{ V} \quad (27)$$

Sezione 3:

$$|\mathbf{Z}_s| = \sqrt{R_2^2 + X_2^2} = 26 \ \Omega \quad (28)$$

$$|\mathbf{I}_s| = \frac{|\mathbf{V}_2|}{|\mathbf{Z}_s|} = 10 \text{ A} \quad (29)$$

$$Q_{C_2} = X_2 |\mathbf{I}_s|^2 = -1000 \text{ var} \quad (30)$$

$$P_3 = P_2 + R_2 |\mathbf{I}_s|^2 = 3400 \text{ W} \quad (31)$$

$$Q_3 = Q_2 + Q_{C_2} = 1400 \text{ var} \quad (32)$$

$$A_3 = \sqrt{P_3^2 + Q_3^2} = 3676,96 \text{ VA} \quad (33)$$

$$|\mathbf{I}_3| = |\mathbf{I}_E| = \frac{A_3}{|\mathbf{V}_3|} = 14,14 \text{ A} \quad (34)$$

Sezione 4:

$$P_{R_1} = R_1 |\mathbf{I}_3|^2 = 2000 \text{ W} \quad (35)$$

$$P_4 = P_3 + P_{R_1} = 5400 \text{ W} \quad (36)$$

$$Q_4 = Q_3 = 1400 \text{ var} \quad (37)$$

$$|\mathbf{S}_E| = P_4 + jQ_4 = (5400 + j1400) \text{ VA} \quad (38)$$