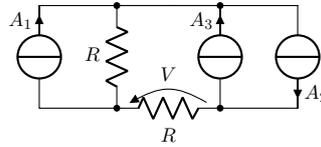


Cognome	Nome	Matricola	Posizione	Voto
---------	------	-----------	-----------	------

- La durata della Parte A è di 15 minuti. La prova viene considerata sufficiente con una valutazione maggiore o uguale a 6/10;
- Riportare in modo chiaro l'opzione scelta. Evitare correzioni.

**Domanda 1**

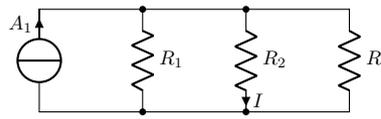
Dato il seguente circuito, calcolare la tensione  $V$ .  
 $A_1 = 1 \text{ A}$ ;  $A_2 = 2 \text{ A}$ ;  $A_3 = 3 \text{ A}$ ;  $R = 20 \Omega$



- 
- 
- $V = 20 \text{ V}$
- 

**Domanda 2**

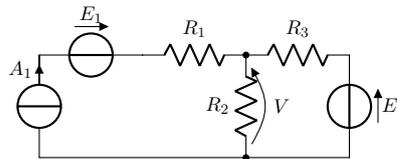
Dato il circuito in Figura, calcolare la corrente  $I$ .  
 $A_1 = 12 \text{ A}$ ,  $R_1 = 24 \Omega$ ,  $R_2 = 12 \Omega$ ,  $R_3 = 24 \Omega$ .



- $I = 6 \text{ A}$
- 
- 
- 

**Domanda 3**

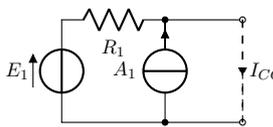
Dato il circuito in Figura, calcolare la tensione  $V$ .  
 $R_1 = R_2 = R_3 = 12 \Omega$ ,  $A_1 = 2 \text{ A}$ ,  $E_1 = E_2 = 36 \text{ V}$ .



- 
- 
- $V = 30 \text{ V}$
- 

**Domanda 4**

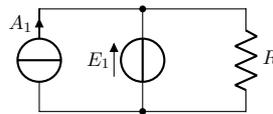
Dato il bipolo in figura, calcolare la corrente di corto circuito con il verso indicato.  
 $A_1 = 1 \text{ A}$ ;  $R_1 = 3 \Omega$ ;  $E_1 = 15 \text{ V}$



- 
- 
- 
- $I_{CC} = 6 \text{ A}$

**Domanda 5**

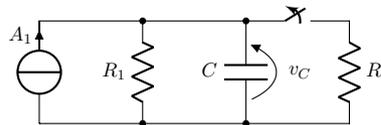
Dato il seguente circuito, calcolare la potenza  $P$  generata dal generatore di tensione.  
 $A_1 = 2 \text{ A}$ ;  $R_1 = 10 \Omega$ ;  $E_1 = 30 \text{ V}$



- 
- $P = 30 \text{ W}$
- 
- 

**Domanda 6**

Sapendo che l'interruttore si chiude al tempo  $t_0$ , calcolare il valore della tensione  $v_C$  prima dell'inizio del transitorio.  
 $A_1 = 4 \text{ A}$ ;  $R_1 = R_2 = 10 \Omega$ ;  $C = 50 \mu\text{F}$ .



- $v_C(t_0^-) = 20 \text{ V}$
- 
- 
- 

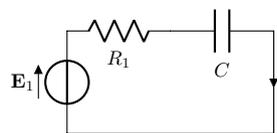
**Domanda 7**

Sapendo che ad un condensatore di capacità  $C = 150 \mu\text{F}$  è associata una reattanza di  $-10 \Omega$ , a che frequenza è alimentato?

- 
- 
- 
- $f = 106,1 \text{ Hz}$

**Domanda 8**

Dato il seguente circuito, calcolare il fasore  $\mathbf{I}$ .  
 $\mathbf{E}_1 = j20 \text{ V}$ ;  $R_1 = 10 \Omega$ ;  $C = 5 \text{ mF}$ ;  $\omega = 20 \text{ rad/s}$



- $\mathbf{I} = (-1 + j1) \text{ A}$
- 
- 
- 

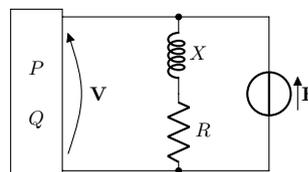
**Domanda 9**

Dato un generatore di tensione  $\mathbf{E}_1 = (10 + 10j) \text{ V}$  percorso (coerentemente alla convenzione dei generatori) da una corrente imposta da un generatore di corrente isofrequenziale  $\mathbf{A}_1 = (2 - 3j) \text{ A}$ , calcolare la potenza complessa elaborata da  $\mathbf{E}_1$ .

- 
- 
- $\mathbf{S} = (-10 + j50) \text{ VA}$
- 

**Domanda 10**

Dato il seguente circuito, calcolare il modulo della corrente che attraversa il resistore  $R$ .  
 $P = 400 \text{ W}$ ,  $Q = 300 \text{ var}$ ,  $|\mathbf{V}| = 100 \text{ V}$ ,  $R = 24 \Omega$ ,  $X = 7 \Omega$



- 
- 
- 
- $|\mathbf{I}| = 4 \text{ A}$

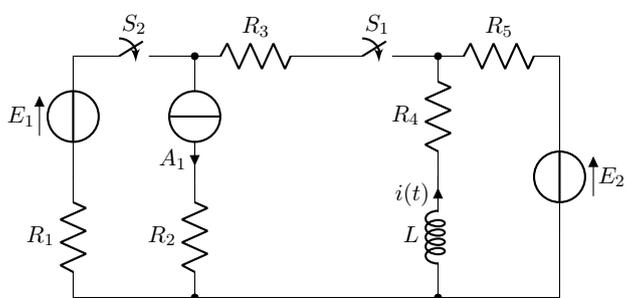
Cognome	Nome	Matricola	Posizione	Voto
---------	------	-----------	-----------	------

**Modalità d'esame:**

- La durata della prova è di 90 minuti. La prova viene considerata sufficiente con una valutazione maggiore o uguale a 18/30;
- E' possibile utilizzare una calcolatrice non programmabile ed un formulario di una sola pagina scritta di proprio pugno dallo studente. Qualunque altro tipo di supporto (appunti, quaderni, libri, tablet, cellulari, ...) e di smartwatch non è consentito;
- Nella risoluzione degli esercizi è necessario riportare la grandezza che si vuole calcolare, la formula utilizzata ed il risultato numerico con unità di misura. L'assenza di uno di questi elementi viene considerata come errore. I risultati numerici devono essere riportati negli appositi spazi;
- La prova va svolta a penna di colore diverso dal rosso in maniera ordinata e con grafia leggibile, pena l'invalidazione della stessa. Deve essere svolta sui fogli consegnati dal docente, eventuali fogli aggiuntivi o di brutta non verranno corretti.

**Esercizio 1**

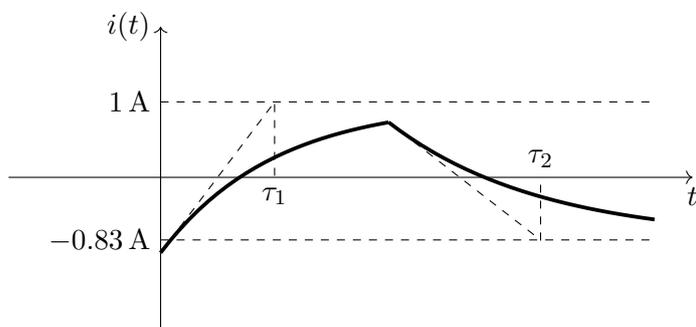
**8 punti** - Dato il circuito in figura, sapendo che l'interruttore  $S_1$  si chiude all'istante  $t_0 = 0s$  e  $S_2$  all'istante di tempo  $t_1 = 2\tau_1$ , determinare l'espressione analitica e rappresentare l'andamento nel tempo della corrente  $i(t)$  per  $t > t_0$  con il verso indicato in figura. Riportare in maniera esplicita il valore delle condizioni iniziali ( $i(t_0^-)$ ,  $i(t_1^-)$ ), il valore delle condizioni finali ( $i(\infty_1)$ ,  $i(\infty_2)$ ) e la costante di tempo ( $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ) dei transitori. Calcolare, infine, l'energia accumulata nell'induttore al tempo  $t_1 = 2\tau_1$ .



- $E_1 = 60\text{ V}$
- $E_2 = 48\text{ V}$
- $A_1 = 4\text{ A}$
- $R_1 = 12\ \Omega$
- $R_2 = 24\ \Omega$
- $R_3 = 12\ \Omega$
- $R_4 = 24\ \Omega$
- $R_5 = 24\ \Omega$
- $L = 432\text{ mH}$

**Risultati:**

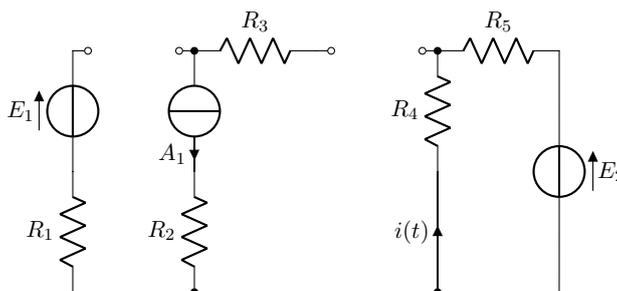
- $i(t_0^-) = -1\text{ A}$
- $i(t_1^-) = 0,73\text{ A}$
- $i(\infty_1) = 1\text{ A}$
- $i(\infty_2) = -0,83\text{ A}$
- $\tau_1 = 9\text{ ms}$
- $\tau_2 = 12\text{ ms}$
- $W_L(t_1) = 114,9\text{ mJ}$



$$i(t) = \begin{cases} 1 - 2e^{-t/\tau_1} & t_0 < t < t_1 \\ -0,83 + 1,56e^{-(t-t_1)/\tau_2} & t > t_1 \end{cases}$$

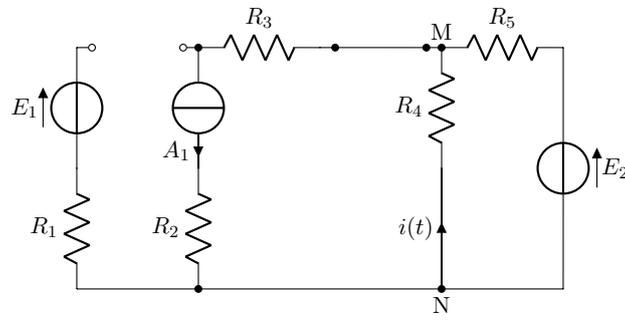
**Soluzione:**

**Circuito per  $t < t_0$ :**



$$i(t_0^-) = -\frac{E_2}{R_4 + R_5} = -1\text{ A} \tag{1}$$

**Circuito ad  $\infty_1$ :**



$$V_{MN} = \frac{-A_1 + \frac{E_2}{R_5}}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}} = -24 \text{ V} \quad (2)$$

$$i(\infty_1) = -\frac{V_{MN}}{R_4} = 1 \text{ A} \quad (3)$$

$$R_{eq,1} = R_4 + R_5 = 48 \ \Omega \quad (4)$$

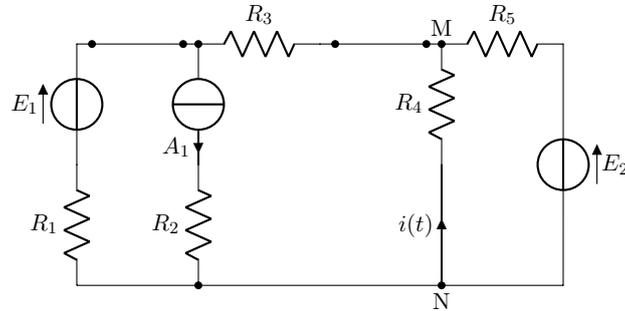
$$\tau_1 = \frac{L}{R_{eq,1}} = 9 \text{ ms} \quad (5)$$

Condizioni a  $t = t_1$ :

$$i(t_1) = i(\infty_1) + [i(t_0^-) - i(\infty_1)] e^{-t_1/\tau_1} = 0,73 \text{ A} \quad (6)$$

$$W_L(t_1) = \frac{1}{2} L i(t_1)^2 = 114,90 \text{ mJ} \quad (7)$$

Circuito ad  $\infty_2$ :



Effettuando l'equivalente Thevenin della parte a destra di  $R_4$ :

$$V_{Th} = E_1 - A_1 R_1 = 12 \text{ V} \quad (8)$$

$$R_{Th} = R_3 + R_1 = 24 \ \Omega \quad (9)$$

Quindi:

$$V_{MN,2} = \frac{\frac{V_{Th}}{R_{Th}} + \frac{E_2}{R_5}}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_{Th}}} = 20 \text{ V} \quad (10)$$

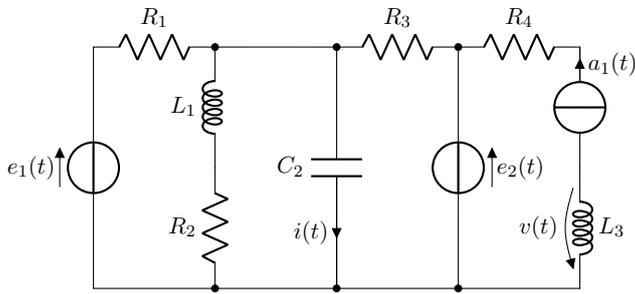
$$i(\infty_2) = -\frac{V_{MN,2}}{R_4} = -0,83 \text{ A} \quad (11)$$

$$R_{eq,2} = R_4 + R_5 // R_{Th} = 36 \ \Omega \quad (12)$$

$$\tau_2 = \frac{L}{R_{eq,2}} = 12 \text{ ms} \quad (13)$$

## Esercizio 2

**8 punti** - Dato il circuito in figura, funzionante in regime sinusoidale con frequenza 60 Hz, calcolare nel dominio del tempo l'andamento della tensione  $v(t)$  ai capi dell'induttore  $L_3$  e della corrente  $i(t)$  circolante nel condensatore  $C_2$ . Calcolare, poi, la potenza reattiva dissipata da  $C_2$ , quella generata da  $R_2$ , la potenza attiva dissipata da  $R_3$ , la potenza apparente generata da  $a_1(t)$  e la potenza complessa erogata da  $e_2(t)$ . Calcolare, infine, la pulsazione  $\omega_p$  del segnale  $p_{R_1}(t)$ , ovvero la potenza elaborata da  $R_1$  nel dominio del tempo.



$$\begin{aligned} e_1(t) &= 10\sqrt{2} \cos(\omega t) \\ e_2(t) &= 10\sqrt{2} \cos(\omega t + \pi/2) \\ a_1(t) &= \cos(\omega t + \pi/4) \\ R_1 &= 5 \Omega \\ R_2 &= 20 \Omega \\ R_3 &= 5 \Omega \\ R_4 &= 10 \Omega \\ L_1 &= 53,1 \text{ mH} \\ C_2 &= 1,195 \text{ mF} \\ L_3 &= 26,52 \text{ mH} \end{aligned}$$

### Risultati:

$$\begin{aligned} v(t) &= 10 \cos(\omega t + 3\pi/4) \text{ V} \\ i(t) &= 2,12\sqrt{2} \cos \omega t \text{ A} \\ Q_{C_2} &= -9,97 \text{ var} \\ Q_{R_2} &= 0 \text{ var} \\ P_{R_3} &= 24,44 \text{ W} \\ A_{A_1} &= 14,14 \text{ VA} \\ \mathbf{S}_{E_2} &= (25,01 - j4,41) \text{ VA} \\ \omega_p &= 754 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

### Soluzione:

Trasformata fasoriale

$$\mathbf{E}_1 = 10 \text{ V} \quad (14)$$

$$\mathbf{E}_2 = j10 \text{ V} \quad (15)$$

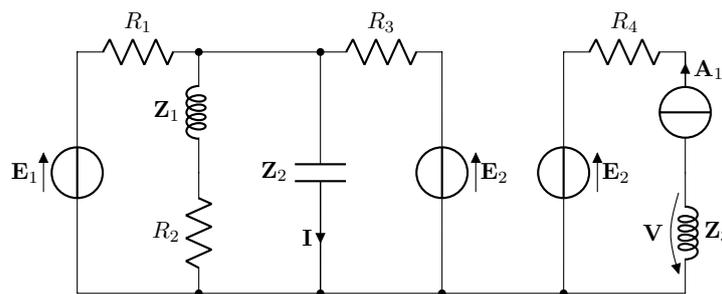
$$\mathbf{A}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j\pi/4} = (0,5 + j0,5) \text{ A} \quad (16)$$

$$\mathbf{Z}_1 = j\omega L_1 = +j20,02 \Omega \quad (17)$$

$$\mathbf{Z}_2 = \frac{1}{j\omega C_2} = -j2,22 \Omega \quad (18)$$

$$\mathbf{Z}_3 = j\omega L_2 = +j10 \Omega \quad (19)$$

SDoppiando  $\mathbf{E}_2$ :



**Pate destra:**

$$\mathbf{V} = \mathbf{A}_1 \mathbf{Z}_3 = (-5 + j5) \text{ V} \quad (20)$$

$$v(t) = 10 \cos(\omega t + 3\pi/4) \text{ V} \quad (21)$$

$$\mathbf{V}_{A_1} = R_4 \mathbf{A}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{V} = +j20 \text{ V} \quad (22)$$

$$A_{A_1} = |\mathbf{V}_{A_1}| \cdot |\mathbf{A}_1| = 14,14 \text{ VA} \quad (23)$$

$$\mathbf{S}_{E_2}'' = -\mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{A}_1^* = (5 + j5) \text{ VA} \quad (24)$$

Parte sinistra:

$$\mathbf{V}_{MN} = \frac{\frac{\mathbf{E}_1}{R_1} + \frac{\mathbf{E}_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + \mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2} + \frac{1}{R_3}} = (4,70 + j0) \text{ V} \quad (25)$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}_{MN}}{\mathbf{Z}_2} = +j2,12 \text{ A} \quad (26)$$

$$i(t) = 2,12\sqrt{2} \cos \omega t \text{ A} \quad (27)$$

$$Q_{C_2} = X_2 |\mathbf{I}|^2 = -9,97 \text{ var} \quad (28)$$

$$\mathbf{I}_{E_2} = \frac{\mathbf{E}_2 - \mathbf{V}_{MN}}{R_3} = (-0,94 + j2) \text{ A} \quad (29)$$

$$P_{R_3} = R_3 |\mathbf{I}_{E_2}|^2 = 24,44 \text{ W} \quad (30)$$

$$\mathbf{S}'_{E_2} = \mathbf{E}_2 \mathbf{I}_{E_2}^* = (20,01 - j9,41) \text{ VA} \quad (31)$$

$$\mathbf{S}_{E_2} = \mathbf{S}'_{E_2} + \mathbf{S}''_{E_2} = (25,01 - j4,41) \text{ VA} \quad (32)$$

Dalla teoria:

$$\omega_p = 2 \cdot \omega \quad (33)$$