2.1)🛠Tecniche risolutive:

Metodi risolutivi:

-> Esistono differenti metodi per risolvere le reti in dominio stazionario:
1. Metodo di Millman;
2. Metodo sistematico (basato su leggi di Kirchhoff);
3. Principio di sovrapposizione degli effetti;
4. Thevenin (o Norton);
5. Metodi sistematici (nodi o anelli).

1.Metodo di Millman:

-> **DEF**: In una rete **binodale**, la tensione tra i due nodi è pari ad un rapporto. A numeratore abbiamo la sommatoria delle reti di corto circuito e a denominatore abbiamo la sommatoria delle conduttanze (G) di ogni lato:

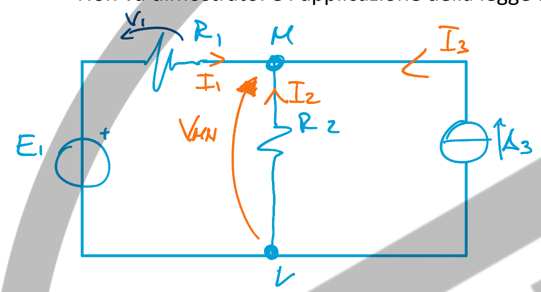
$$V_{MN} = \frac{\sum_i A_i + \sum_j \frac{E_j}{R_j}}{\sum_k \frac{1}{R_k}};$$

- La rete dev'essere BINODALE.
- È ricavata da una KCL ad un nodo specifico.

-> R_k: resistenze dei rami in cui sono presenti solo resistenze o resistenze e generatori di tensione ⚠

-> **DIM**:

Non va dimostrato: è l'applicazione della legge di Kirchhoff alle correnti:



- KCL: $I_1 + I_2 + I_3 = 0$.

-> è chiaro, nella realtà fisica, che abbiamo sbagliato almeno un segno (altrimenti non ci viene 0) => Un verso di quelli ipotizzati (almeno) contraddice la realtà (non possono essere tutte e tre negative).

- $I_3 = A_3$ $\quad -I_2 = \frac{-V_{MN}}{R_2}$

PERCHÉ R NON È UN GENERATORE!!!

- $I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{(E_1 - V_{MN})}{R_1}$

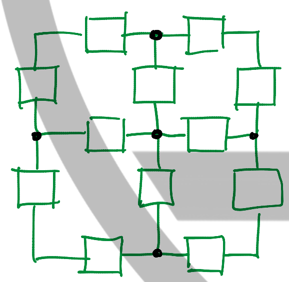
$\Rightarrow \frac{E_1}{R_1} - \frac{V_{MN}}{R_1} + \left(-\frac{V_{MN}}{R_2}\right) + A_3 = 0 \rightarrow \frac{E_1}{R_1} + A_3 = \frac{V_{MN}}{R_1} + \frac{V_{MN}}{R_2} =$

-> Se sono presenti più generatori su un lato => li sommo (con segno opportuno) a numeratore.

2.Metodo sistematico (o per ispezione):

-> DEF: Data una rete generica, il metodo sistematico ci dice quali/ il numero di equazioni linearmente indipendenti dobbiamo impostare per risolvere linearmente una rete/circuito elettrico:

-> Hp: solo reti lineari

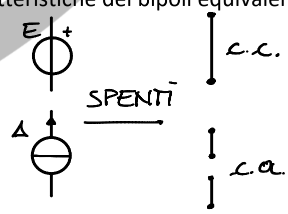


1. Individuare il numero di nodi propri, contandoli a mano;
   # nodi propri= 5
2. Individuiamo il numero di lati, contandoli a mano;
   # lati= 8.
3. Individuiamo il numero di incognite ed equazioni necessarie per creare un sistema e risolvere il problema:
   -> Per risolvere il problema è necessario un sistema a 2*l equazioni di 2*l incognite (16: perché 2*l: abbiamo 2 incognite per ogni lato), di cui…
   - $N_{KCL,ind} = n - 1$: equazioni KCL = 4 equazioni;
   - $N_{KVL,ind} = l - n + 1$: equazioni KVL = 4 equazioni.
   - Le restanti equazioni sono recuperate dalle equazioni caratteristiche dei bipoli equivalenti che costituiscono ogni lato.

📌n: numero di nodi; l: numero di lati.

4. Si risolve il sistema trovando la soluzione della rete.

❓Perché vince il lato e non il bipolo?
-> Perché la corrente lungo lo stesso bipolo, ci insegna Kirchhoff, è sempre la stessa.
❓Perché, sebbene abbiamo due bipoli sullo stesso lato (voltaggio) lo contiamo una volta sola?
-> Per il principio di equivalenza.
❓Da cosa dipende il 4 del l-n+1?
-> Dagli anelli. Gli anelli/maglie minime. Possiamo prendere qualsiasi maglia/percorso che vogliamo. L'importante è che siano 4.



3.Principio di sovrapposizione degli effetti (PSE):

-> Hp: si può applicare solo a **reti lineari**, ovvero reti in cui la caratteristica ingresso-uscita è rettilinea (tutti i bipoli devono essere contraddistinti da un'equazione caratteristica lineare).

-> **DEF**: ciascuna grandezza elettrica fondamentale può essere ottenuta sommando algebricamente i contributi causati dalle azioni elettriche (effetti) dei singoli generatori, **presi uno alla volta**, considerando tutti gli altri generatori "spendi" (sostituendoli con il corrispondente circuito passivo)

$$x_{V,I} = \sum_k h_k * E_k + \sum_j l_j A_j;$$

📌Somma algebrica significa somma dei parametri presi con relativo segno di verso.

2.2) 🛠 Tecniche risolutive:

Algoritmo:

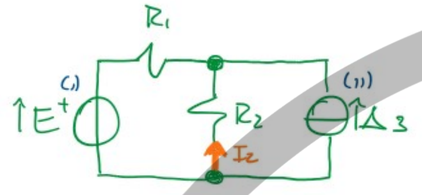
1. Scelgo un generatore da mantenere attivo e passivo tutti gli altri;
2. Mi calcolo le grandezze elettriche fondamentali richieste;
3. Ripeto i passi 1 e 2 per tutti i generatori;
4. Una volta calcolate le grandezze elettriche fondamentali di mio interesse in tutti i casi, per calcolarmi una singola grandezza, sommo i valori che assume in ogni caso precedentemente calcolato:

$$V_A = V_A' + V_A'' + V_A''' + \cdots + V_A^n \qquad , con\ n\ numero\ di\ generatori\ del\ circuito\ ;$$

📌 NON conviene utilizzare il PSE con reti che presentano un numero di generatori sopra 3.

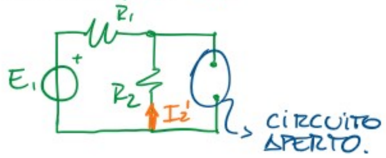
Esempio:

→ VOGLIAMO CONOSCERE $I_2 \Rightarrow I_2 = I_2'$

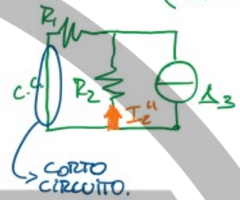


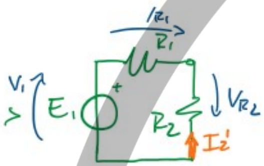
-> Scriviamo i due problemi:

1. Circuito ('): $(\Delta_3 = 0)$



2. Circuito (''): $(E_1 = 0)$





$$I_2' = -\frac{E_1}{(R_1+R_2)}$$

$$V_1 = -(V_{R1} + V_{R2}) \leftrightarrow E_1 + R_1 I_2' + R_2 I_2' = 0$$

→ POSSIAMO UTILIZZARE MILLMAN.

$$I_2'' = -\frac{V_{MN}}{R_2} = -\frac{1}{R_2}\frac{\Delta_3}{\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)}$$

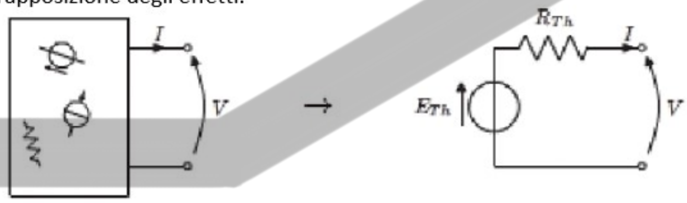
$$\Rightarrow I_2 = I_2' + I_2'' = -\frac{E_1}{R_1+R_2} - \frac{1}{R_2}\cdot\frac{\Delta_3}{\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)}$$

4. Thevenin/Norton:

4.1 Thevenin:

-> **DEF**: Una rete lineare accessibile a due terminali equivale agli effetti esterni ad un bipolo lineare di tipo serie avente un generatore di tensione che impone la sua differenza di potenziale a vuoto e per resistenza quella "vista" dai suoi morsetti una volta reso passivo.

- hp: reti **LINEARI**,
- Si dimostra con il principio di sovrapposizione degli effetti.

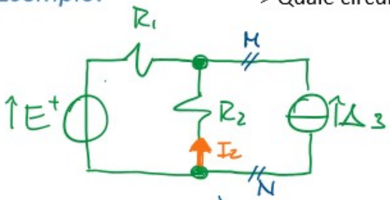


Algoritmo:

0. Dato il circuito e i morsetti (o bipolo del quale vogliamo costruire l'equivalente Th.)
1. V_{Th} : Calcoliamo la tensione equivalente tra i morsetti:
   - Calcoliamo la tensione a vuoto tra i due morsetti;
   - Attraverso i morsetti non passa corrente.
2. R_{Th}: Calcoliamo la resistenza equivalente:
   - Calcoliamo la resistenza risultante ai due morsetti passivando i generatori;
3. Disegniamo il bipolo di Thevenin equivalente ⚠⚠⚠ RICRDA che il bipolo di Th avrà i terminali attaccati al bipolo che abbiamo sostituito all'inizio.

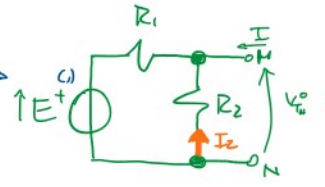
Esempio:

-> Quale circuito di Th è equivalente al circuito sottostante?

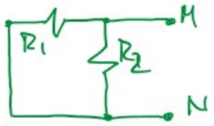


1° V_{TH} → CALCOLIAMO V_{MN} CON MILLMAN.

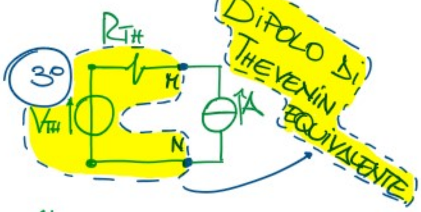
$$V_{MN} = \frac{E_1/R_1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}$$



2° R_{TH}



3°

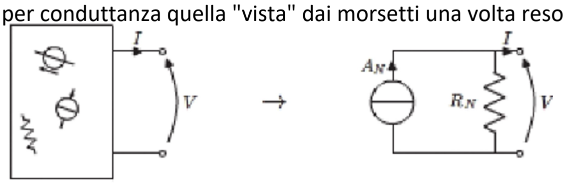


2.3) 🛠 Tecniche risolutive:

4.2 Norton:

-> **DEF**: Una rete lineare accessibile a due terminati equivalente agli effetti esterni ad un bipolo lineare tipo parallelo avente per corrente interna la sua corrente di corto circuito e per conduttanza quella "vista" dai morsetti una volta reso passivo.

- Duale di Thevenin

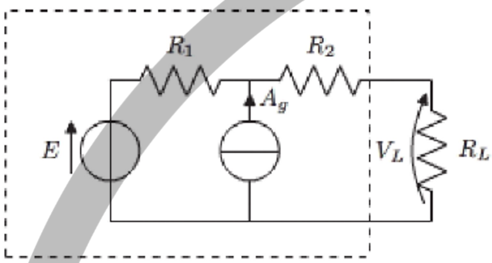


Algoritmo:

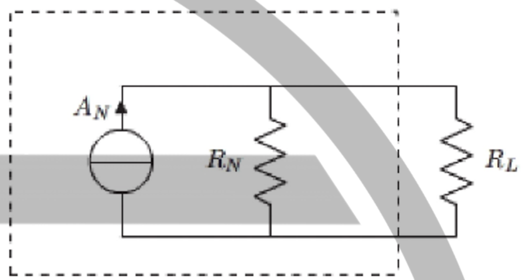
1. Dato il circuito e i morsetti (o bipolo del quale vogliamo costruire l'equivalente Nr.)
2. A_N : il valore del generatore di corrente equivale alla corrente che attraversa i morsetti quando sono collegati ad un corto circuito;.
3. R_N: Calcoliamo la resistenza equivalente:
   - Calcoliamo la resistenza risultante ai due morsetti passivando i generatori;
4. Disegniamo il bipolo di Norton equivalente ⚠ ⚠ ⚠ RICRDA che il bipolo di Nr avrà i terminali attaccati al bipolo che abbiamo sostituito all'inizio.

Esempio:

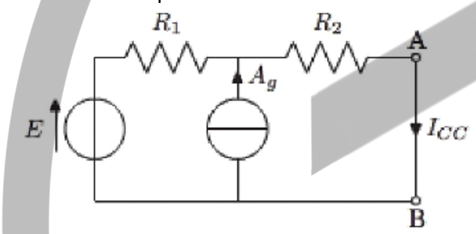
-> Dato il circuito:



-> Applichiamo Norton:



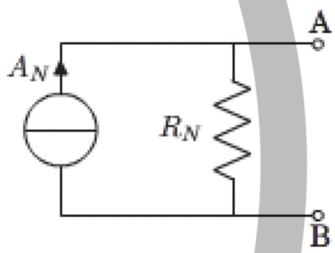
-> Ricaviamo i parametri:



$$A_N = I_{CC} = \frac{E}{R_1 + R_2} + A_g \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$R_N = R_{Th} = R_{eq} = R_1 + R_2$$

=> l'equivalente Norton è



5.Metodi sistematici (nodi o anelli):

-> **DEF**: è l'applicazione di Thevenin/ Norton in maniera multidimensionale.

-> Formula: $\underline{\underline{G}} * \underline{v} = \underline{I}$;

- $\underline{\underline{G}}$: Conduttanza, è una matrice composta dalle conduttanze tra i nodi che si vedono (Se abbiamo n nodi, la matrice sarà (n-1, n-1));

-> Data una rete con n nodi, possiamo scrivere la matrice delle conduttanze che moltiplicata per il vettore delle variabili che ci permette di ottenere le correnti:

NODI:

$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdots G_{1n} \\ & \ddots & \vdots \\ & & G_{nn} \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}}_{\text{VARIABILI}} = \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix}$$

(NORTON GENERALIZZATO)

ANELLI:

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots R_{1n} \\ & \ddots & \vdots \\ & & R_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}$$

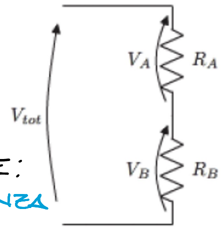
(THEVENIN GENERALIZZATO)

2.4) 🛠️Tecniche risolutive:

Partitore di tensione:

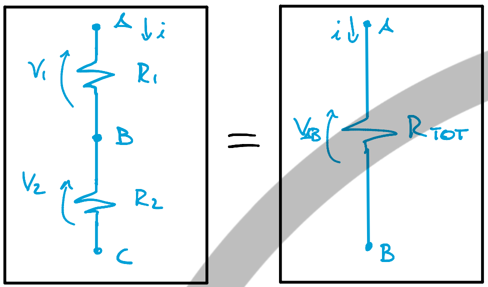
-> Dati due resistori R_A ed R_3 connessi in serie e sottoposti ad una tensione totale V_tot, le tensioni sui singoli resistori si possono calcolare con le seguenti formule:

$$V_A = \frac{R_A}{R_A + R_B} V_{tot} \qquad V_B = \frac{R_B}{R_A + R_B} V_{tot}$$



DIMOSTRAZIONE PARTITORE DI TENSIONE:

→ OBS: DIMOSTRARE LA SEGUENTE UGUAGLIANZA



DIM:

→ ABBIAMO 2 EQUAZIONI:

1° DATA DALLA LEGGE DI OHM: $V = R \cdot I$;

2° DATA DAL PRINCIPIO DI EQUIVALENZA: $V_{TOT} = V_1 + V_2$.

→ IMPOSTIAMO IL SISTEMA:

$$\begin{cases} 1°\ V_{AB} = R_{TOT} \cdot i \\ 2°\ V_{AB} = V_1 + V_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} \bullet\ R_{TOT} = R_1 + R_2 \\ \bullet\ V_1 = R_1 \cdot i \\ \bullet\ V_2 = R_2 \cdot i \end{array}$$

→ DA CUI RICAVIAMO:

$$\begin{cases} (1°)\ V_{AB} = (R_1 + R_2) \cdot i \\ (2°)\ V_1 + V_2 = (R_1 + R_2) \cdot i \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} (2°)\ V_1 = (R_1 + R_2) \cdot i - V_2 \rightarrow V_1 = (R_1 + R_2) \cdot i - R_2 \cdot i \\ (1°)\ i = \dfrac{V_{AB}}{(R_1 + R_2)} \end{array}$$

→ SOSTITUISCO i NELL' EQ. 2:

$$V_1 = V_{AB} - \frac{R_2}{(R_1 + R_2)} \cdot V_{AB} \Rightarrow \underbrace{V_{AB} - V_1}_{= V_2} = \frac{R_2}{(R_1 + R_2)} \cdot V_{AB} \Rightarrow V_2 = \frac{R_2}{(R_1 + R_2)} \cdot V_{AB}$$

⚠ N.B.: I SEGNI DELL' EQUAZIONE VARIANO A SECONDA DI COME SONO ORIENTATE LE VARIABILI INTRINSECHE.

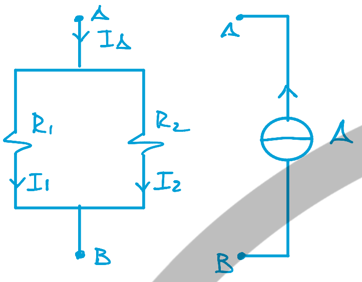
2.5) 🛠 Tecniche risolutive:

Partitore di corrente:

-> Dato un parallelo di due resistori R_A ed R_B attraversato da una corrente totale Im, le correnti parziali nei due rami valgono rispettivamente:

$$I_A = \frac{R_B}{R_A + R_B} I_{tot} \qquad I_B = \frac{R_A}{R_A + R_B} I_{tot}$$

DIM: PARTITORE DI CORRENTE



DATE:
- KCL: $A = I_1 + I_2$
- Ohm: $V_{TOT} = A \cdot R_{TOT}$

→ OBS: RICAVARE I_2: (1°) $I_2 = A - I_1$ ↳ $I_1 = \frac{V_1}{R_1}$

→ MA $V_1 = V_2$ × DUALITÀ ⇒ $V_1 = V_2 = R_2 \cdot I_2$ (USANDO (2°))

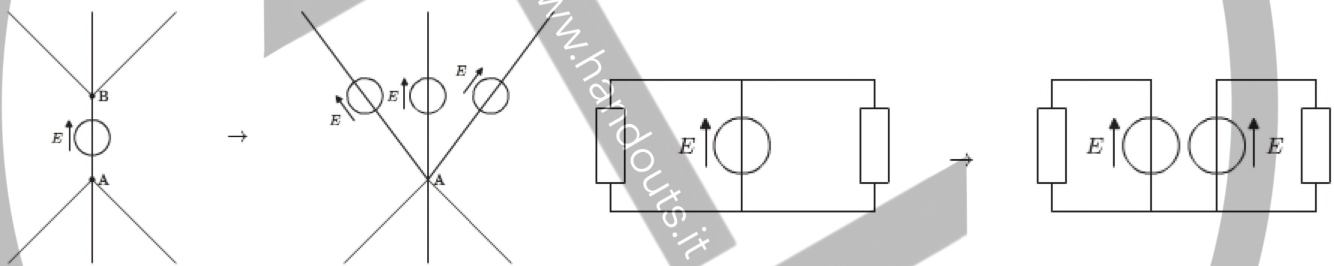
⇒ $I_1 = \frac{R_2 \cdot I_2}{R_1}$; → SOSTITUIAMO IN (1°): $I_2 = A - \frac{R_2 \cdot I_2}{R_1}$

⇒ $I_2 + I_2 \cdot \frac{R_2}{R_1} = A$ ⇒ $I_2\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = A$ ⇒ $I_2 = A \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}$

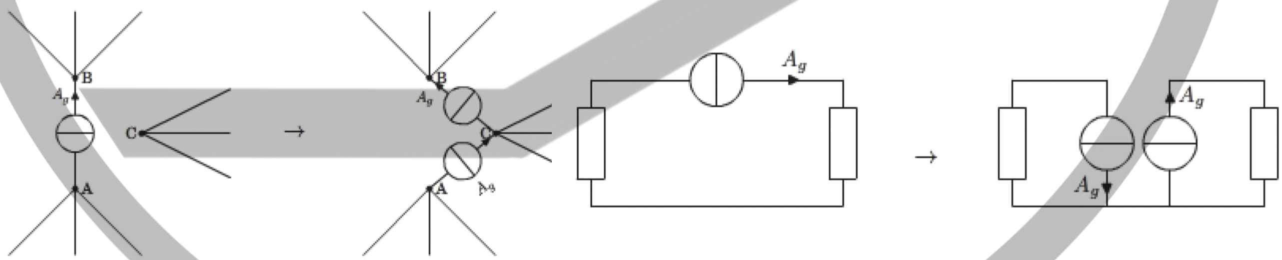
⇒ $\boxed{I_2 = A \cdot \frac{R_1}{R_2 + R_1}}$

Sdoppiamento generatori:

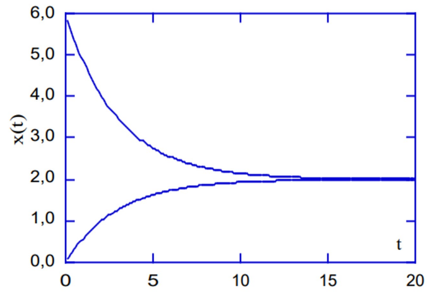
1.Tensione:



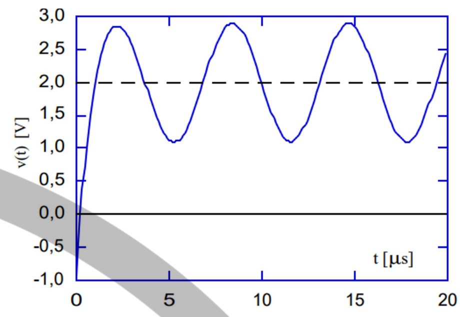
2.Corrente:



2.6)🛠️Tecniche risolutive > Definizioni:



REGIME STAZIONARIO: Un sistema elettrico si dice in REGIME/ DOMINIO STAZIONARIO quando le grandezze o proprietà caratterizzanti, non variano nel tempo. Ad esempio: resistenza, capacità, induttanza, interruttori e via dicendo.
-> Il regime statico è la condizione in cui le derivate delle grandezze di un determinato sistema, rispetto al tempo, sono nulle.
Da <https://www.asdeveloper.it/regime-stazionario-e-regine-dinamico/>



REGIME DINAMICO: Il REGIME/DOMINIO DINAMICO di un sistema elettrico indica invece una condizione nella quale le grandezze caratterizzanti variano nel tempo. Hanno quindi le derivate rispetto al tempo, non nulle.
-> Il regime dinamico può essere anche visto come la condizione che si verifica quando un sistema elettrico passa dalla condizione di regime stazionario a quello sinusoidale, ad esempio.
Da <https://www.asdeveloper.it/regime-stazionario-e-regine-dinamico/>
-> Il **REGIME ARMONICO** è un caso particolare del regime dinamico.

RETE: (o circuito elettrico) la connessione di un numero arbitrario di bipoli attraverso i loro terminali o morsetti.

NODO: è quel luogo dello spazio che connette due o più terminali.

- **IMPROPRIO**: collega solo due bipoli. -> non si modifica la corrente perché in serie si mantiene.
  -> Un corto circuito è una serie infinita di nodi impropri.
- **PROPRIO**: collega più di due bipoli, #nodi >= 3. -> In quello proprio si modifica la corrente.

LATO (o **RAMO**): è la porzione di rete/circuito compresa tra due nodi propri.

MAGLIA: è l'insieme dei rami che forma un percorso chiuso.

ANELLO: è una maglia minima (una maglia che NON contiene altre maglie).

Bipoli in SERIE: Due bipoli sono in serie quando hanno un unico terminale in comune e questo è improprio.

Bipoli in PARALLELO: due bipoli sono in parallelo quando hanno in comune due nodi propri.

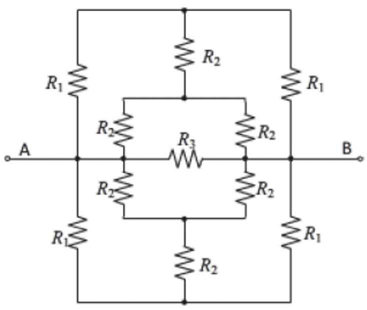
2.7)🛠️Tecniche risolutive > Domande del capitolo:

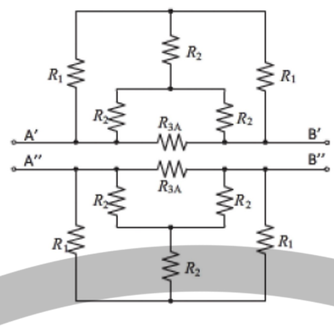
❓Perché nei generatori abbiamo messo le variabili nello stesso verso mentre non l'abbiamo fatto per gli altri bipoli?
-> Per convenzione. In questo caso essendo resistori non assorbono energia. I generatori possono avere corrente meno (in questa maniera buttano via energia dissipando calore) mentre gli altri bipoli non generano mai energia.

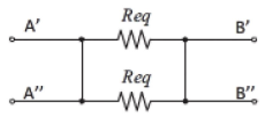
2.8) 🛠️ Tecniche risolutive > Suggerimenti:

Simmetria circuito:

-> Nel caso in cui un circuito sia simmetrico, è possibile dividere le due simmetrie per svolgere i calcoli e poi riunirle:







$R_{AB} = \frac{R_{eq}}{2}$;

Sdoppiamento generatori:

-> Se una rete è difficile da risolvere, controllare se i generatori sono posizionati in posizioni "strategiche":