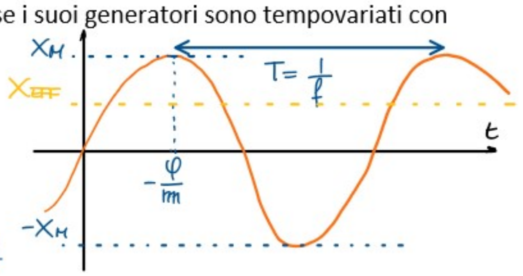
4.1) 🌊Reti in regime alternato sinusoidale

Regime alternato sinusoidale:

-> **DEF Rete in regime sinusoidale**: Una rete si definisce in regime sinusoidale se i suoi generatori sono tempovariati con andamento sinusoidale (o cosinusoidale).



-> Andamento grandezza sinusoidale:

$$x_{I,V}(t) = A\sqrt{2}\cos(\omega t * \varphi) = X_M \cos(\omega t + \phi_x);$$

-> Dove:

- X_M: valore massimo, chiamata anche ampiezza;
- ω : pulsazione, misurata in rad/s;
- ϕ_x: sfasamento, transazione lungo asse x(espresso in rad).

-> Le tre quantità definite descrivono univocamente le onde.

-> La pulsazione è legata alla frequenza dalla seguente formula: ω = 2πf.

-> Periodo: $T = \frac{1}{f}$;

-> Valori di $x_{I,V}(t)$:

VALORE MEDIO:

$$\overline{x_m} = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,dt = 0$$

NO BUON PARAMETRO, SEMPRE NULLO, POCHE INFO.

VALORE EFFICACE:

$$X_{eff} = X_{rms} = 1/T\int_0^T x^2(t)\,dt = \frac{A\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = A$$

Valore efficace:

-> **DEF**:

$$X_{eff} = X_{rms} = X = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)dt} = \frac{Y_M}{\sqrt{2}};$$

- Permette di distinguere la differenza tra 2 curve.
- Chiamato anche RMS: Root Mean Square.

=> Possiamo scrivere una grandezza sinusoidale come: $x(t) = X\sqrt{2}\cos(\omega t + \phi_x)$;

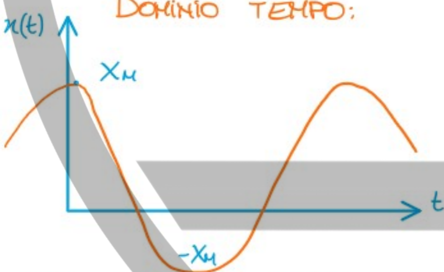
TEOREMA: Chiusura dello spazio delle funzioni sinusoidali isofrequenziali rispetto agli operatori lineari

<u>Lo spazio delle **funzioni sinusoidali** isofrequenziali è **chiuso rispetto** agli operatori di **somma, moltiplicazione** per una costante, **derivazione** nel tempo ed integrazione.</u> Quindi, data una o più grandezze sinusoidali isofrequenziali ed applicando gli operatori lineari, si ottiene una grandezza sinusoidale isofrequenziale a quelle originarie.

🏠Il trasformatore/adattatore del PC trasforma da AC in DC.

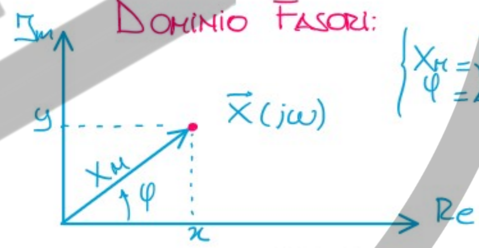
Sistemi:

DOMINIO TEMPO:



TRASFORMATA →

DOMINIO FASORI:



$$\begin{cases} X_M = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \varphi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \end{cases}$$

$$x(t) = \underbrace{x_m}_{A\sqrt{2}} \cdot \cos(\omega t + \varphi) \longrightarrow \vec{X}(j\omega) = \boxed{Ae^{j\varphi}} = \frac{X_m}{\sqrt{2}} e^{j\varphi}$$

FORMA POLARE

$$\vec{X}(j\omega) = \boxed{A(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))}$$

FORMA CARTESIANA

❓Perché studiare l'alternata:

-> Tre ragioni fondamentali per cui è importante studiare un regime in alternata:

1. **DISTRIBUZIONE**: perché è la modalità in cui viene solitamente distribuita l'energia elettrica.
2. **TELECOMUNICAZIONI**: TLC (telecomunicazioni), radio
   - 50Hz: frequenza di distribuzione dell'energia elettrica in casa e nella maggior parte del mondo (in 20 ms va dal valore massimo al valore minimo).
   - 40GHz: frequenza tipica segnali satellitari;
   - 102.5MHz: frequenze telecomunicazioni.
3. **SCOMPOSIZIONE ARMONICA** (Fourier):Qualsiasi suono si può scomporre come sovrapposizione degli effetti di più onde.

   📌 Ogni nota singola contiene un po' di altre note.

📌40GHz: significa passare 40 miliardi di volte da cresta a cavo in un secondo.

4.2) Reti in regime alternato sinusoidale:

Trasformata fasoriale delle reti elettriche:

-> Nello studio delle reti elettriche lineari in regime sinusoidale, è molto utile introdurre uno strumento che consenta di semplificare i calcoli: i fasori. L'idea:

DOMINIO: (t) $\bar{X}(j\omega)$ ⟵ NON C'È t!

QUESITO $x(t)$? $\xrightarrow{\text{TRASFORMATA FASORIALE}}$ DOMINIO TRASFORMATO FASORI ⟶ CALCOLO LA VARIABILE TRASFORMATA TRAMITE L'ALGEBRA DEI FASORI

-> **DEF FASORE**: Un fasore è un numero complesso che può essere associato ad una funzione sinusoidale.

Data una grandezza sinusoidale x(t) si definisce fasore il numero complesso ad essa associato nel seguente modo:

$$x_{I,V}(t) = X_M \cos(\omega t + \phi_x) \quad \rightarrow \quad \frac{X_M}{\sqrt{2}}\, e^{j\,\phi_z};$$

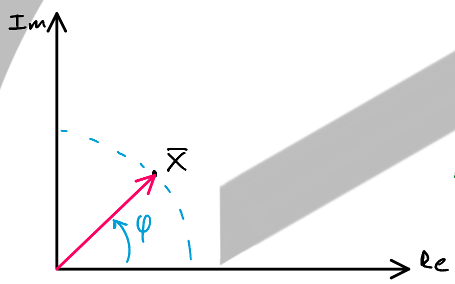
📌 La regola per associare una funzione sinusoidale ad un fasore è una convenzione => ne esistono diversi tipi.

⚠⚠⚠ NON è presente alcun riferimento alla pulsazione del segnale originario => è fondamentale che la rete sia ISOFREQUENZIALE!!! ⚠⚠⚠

Isofrequenzialità:

-> **DEF**: è l'ipotesi per cui tutte le grandezze che trasformiamo sono tutte ad una sola frequenza: 50Hz.

=> Abbiamo solo due incognite;
- Il tempo non esiste.



=> $i(t) = A\sqrt{2}\cdot\cos(\bar{\omega} t + \varphi)$

↳ $A e^{j\varphi}$ (FORMA POLARE)
- A: MODULO DI ↯
- j: UNITÀ IMMAGINARIA (i)
- φ: ANGOLO DI ↯ RISPETTO Re.
- ↯: VETTORE

= [FORM. EULERO]

↳ $A\cos(\varphi) + A\sin(\varphi)$ (FORMA CARTESIANA)

Antitrasformata:

-> $x(t) = X\sqrt{2} * \cos(\omega t + \phi_x) \quad \leftarrow \quad X\, e^{j\,\phi_x};$

-> Il fasore è un numero complesso e può essere rappresentato come vettore sul piano di Gauss:

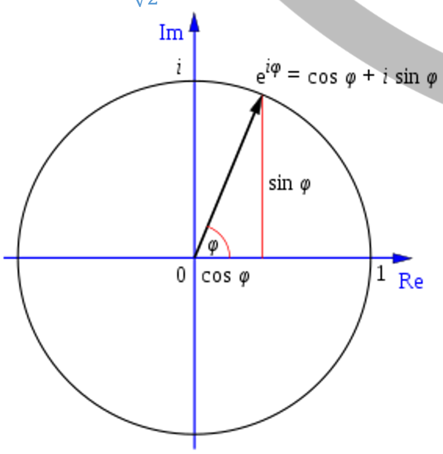
$\boldsymbol{X} = X\, e^{j\,\phi_z};$

=> $\int x\,(t) \rightarrow \ \boldsymbol{X} = X\, e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j\frac{1}{\omega}\boldsymbol{X} = \frac{1}{j\omega}\boldsymbol{X}$;

=> La trasformata fasoriale trasforma un'onda in una grandezza chiamata fasore che avrà la seguente descrizione: $\bar{X}(j\bar{\omega}) = \frac{X_M}{\sqrt{2}}\, e^{j\,\phi_z};$

Dominio del TEMPO	Dominio dei FASORI
$x(t) = A\sqrt{2} * \cos(\omega t + \phi_x)$	$\bar{X}(j\bar{\omega}) = A\, e^{j\,\phi_z}$

-> Con $A = \frac{X_M}{\sqrt{2}}$: VALORE EFFICACE efficacie dddd efficace ;



Identità di Eulero:

$e^{i\theta} = \cos(\theta) + i\sin(\theta);$

=> $e^{i\theta}$ è un numero complesso composto da una parte Re e una Im.

-> In realtà è un simbolo, se inserito nella calcolatrice non viene interpretato. Bisogna usare seno e coseno.

-> Relazioni:

$\bar{X}(j\bar{\omega}) = A\cos(\varphi) + jA\sin(\varphi)$ (forma cartesiana);

-> con:
- $x = A\cos(\varphi);$
- $y = jA\sin(\varphi);$
- $A = \sqrt{x^2 + y^2};$
- $\phi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$

Funzioni trigonometriche:

$\cos(\alpha) = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$ $\qquad$ $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin(\alpha);$

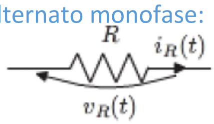
-> Permettono di passare da un segnale sinusoidale ad uno cosinusoidale e viceversa.

4.3) Reti in regime alternato sinusoidale:

Bipoli, comportamento:

-> Analizziamo il comportamento dei bipoli in regime alternato monofase:

☐ Resistore:



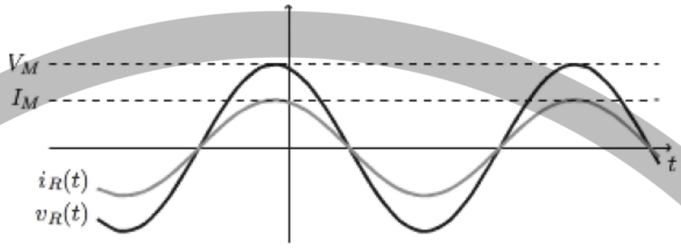
-> Equazioni:

- Costitutiva:

$$v(t) = Ri(t)$$

- Legame tensione corrente (stabilito Ohm):

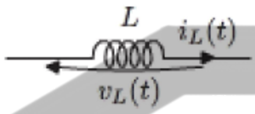
$$i(t) = I_M \cos(\omega t + \phi_I) \qquad v(t) = RI_M \cos(\omega t + \phi_I) \qquad \phi_V = \phi_I$$



$$V_M = RI_M$$

-> Le grandezze sono in <u>fase</u>.

☐ Induttore:



📌⚠️ Dimostrazione legami tensione corrente pag 2

-> Equazioni:

- Costitutiva:

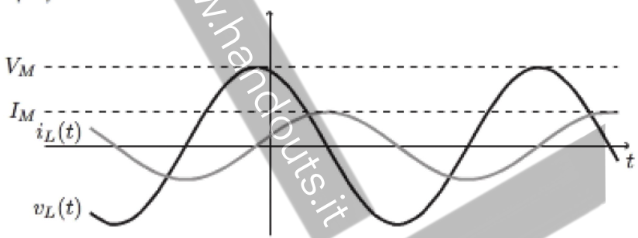
$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

- Legame tensione corrente:

$$v(t) = L\omega I_M \cos(\omega t + \phi_I + \pi/2) \\ = V_M \cos(\omega t + \varphi + \pi/2)$$

$$i_L(t) = I_M \cos(\omega t + \varphi) = I_M \sin(\omega t + \varphi + \pi/2)$$

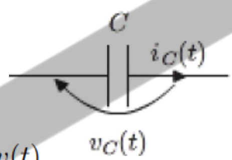
$$\phi_V = \phi_I + \pi/2$$



$$V_M = L\omega I_M$$

-> La corrente è in ritardo di un quarto di periodo (o di 90°) rispetto alla tensione. La tensione analogamente in anticipo.

☐ Condensatore:



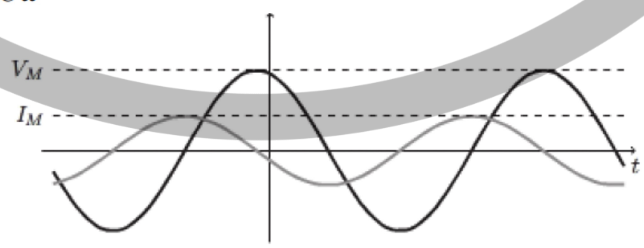
-> Equazioni:

- Costitutiva:

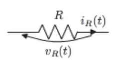
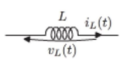
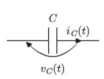
$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt} = I_M \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

- Legame tensione corrente:

$$v(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt = \frac{I_M}{C\omega}\cos(\omega t + \phi_I - \pi/2) = V_M \cos(\omega t + \varphi - \pi/2)$$



$$V_M = \frac{I_M}{C\omega}$$

	DOMINIO DEL TEMPO	DOMINIO DEI FASORI
	$v(t) = Ri(t)$	$\overrightarrow{V_R} = R\overrightarrow{I_R}$
	$v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$	$\overrightarrow{V_L} = j\omega L\overrightarrow{I_L}$
	$i_c(t) = C\frac{dv_C}{dt} = \frac{d}{dt}q = \frac{d}{dt}(C * V)$	$\overrightarrow{I_C} = j\omega C\overrightarrow{V_C}$

4.4) Reti in regime alternato sinusoidale:

Tecnica dei fasori:

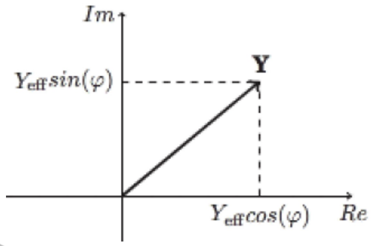
Questa tecnica si basa sulla *trasformata fasoriale* che permette, data una rete in regime sinusoidale in cui tutti i generatori sono isofrequenziali, di passare dal dominio del tempo al dominio dei fasori, dove ad ogni segnale sinusoidale viene associato un corrispettivo numero complesso.

-> Dato un generico segnale sinusoidale: $x_{I,V}(t) = X_M \cos(\omega t + \phi_x)$;
se ne definisce la trasformata fasoriale e l'antitrasformata come:

$$y(t) = Y_M \cos(\omega t + \varphi) \quad \rightarrow \quad \mathbf{Y} = \frac{Y_M}{\sqrt{2}} e^{j\varphi}$$

$$\downarrow$$

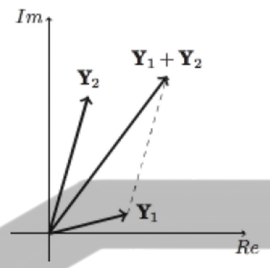
$$y(t) = Y_{\text{eff}} \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi) \quad \leftarrow \quad \mathbf{Y} = Y_{\text{eff}} e^{j\varphi}$$



-> Grazie a questa tecnica è possibile definire le operazioni principali nel dominio dei fasori:

Somma:

$$y_1(t) + y_2(t) \quad \rightarrow \quad \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2$$



Prodotto:

$$A \cdot y(t) \quad \rightarrow \quad A \cdot \mathbf{Y}$$

=> Diviene possibile ottenere la trasformata fasoriale dell'operazione di derivazione nel tempo.

1. Data la **derivata** di un segnale sinusoidale, è possibile scrivere:

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{d}{dt}[Y_M \cos(\omega t + \varphi)] = \frac{d}{dt}[Y_M \sin(\omega t + \varphi + \pi/2)] =$$
$$= \omega Y_M \cos(\omega t + \varphi + \pi/2)$$

1. Effettuiamo la trasformata fasoriale dell'ultimo termine:

$$\omega \frac{Y_M}{\sqrt{2}} e^{j(\varphi + \pi/2)} = \omega \frac{Y_M}{\sqrt{2}} e^{j\varphi} e^{j\pi/2}$$ -> dato che $e^{j\frac{\pi}{2}} = j$ => $$j\omega \frac{Y_M}{\sqrt{2}} e^{j\varphi}$$

=> è possibile riassumere la trasformata fasoriale della derivazione nel tempo nel seguente modo:

$$\frac{dy(t)}{dt} \quad \rightarrow \quad j\omega \cdot \mathbf{Y}$$

-> Analogamente per ottenere la trasformata fasoriale **dell'integrazione**:

$$\int y(t)dt \quad \rightarrow \quad \frac{1}{j\omega} \cdot \mathbf{Y}$$

Proprietà dei fasori:

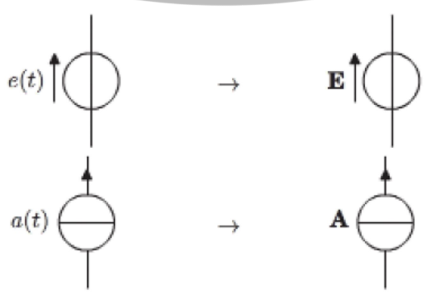
È possibile applicare le proprietà dei fasori alle grandezza elettriche; infatti, date una tensione v (t) {t e una corrente i (t) definite in regime alternato sinusoidale aventi la stessa pulsazione ω, le rispettive trasformate V e I nel dominio dei fasori sono:

$$v(t) = V_M \cos(\omega t + \varphi_v) \quad \rightarrow \quad \mathbf{V} = V \cdot e^{j\varphi_v} = V_{\text{eff}} \cdot e^{j\varphi_v}$$
$$i(t) = I_M \cos(\omega t + \varphi_i) \quad \rightarrow \quad \mathbf{I} = I \cdot e^{j\varphi_i} = I_{\text{eff}} \cdot e^{j\varphi_i}$$

Con:

$$V = |\mathbf{V}| = V_{\text{eff}} = \frac{V_M}{\sqrt{2}}$$
$$I = |\mathbf{I}| = I_{\text{eff}} = \frac{I_M}{\sqrt{2}}$$

=> queste permettono di effettuare la trasformata fasoriale dei bipoli attivi:



4.5) Reti in regime alternato sinusoidale:

L'impedenza:

IMPEDENZA: L'impedenza di un bipolo **PASSIVO.**

-> Il rapporto N1/N2, chiamato anche k, è chiamato rapporto di trasformazione.

—> Slide 32.

-> Il rapporto N1/N2, chiamato anche k, è chiamato rapporto di trasformazione.

—> Slide 32.I

📌 Ha sempre parte Re positiva (R), parte Im positiva o negativa (reattanza, X).

O è definita come il rapporto fra il fasore della tensione e quello della corrente:

- La trasformata fasoriale di un resistore è un'impedenza: **Z**=R;

$$\boldsymbol{Z} = \frac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{I}} \quad [\Omega] = [H * Hz];$$

-> in modulo e fase:

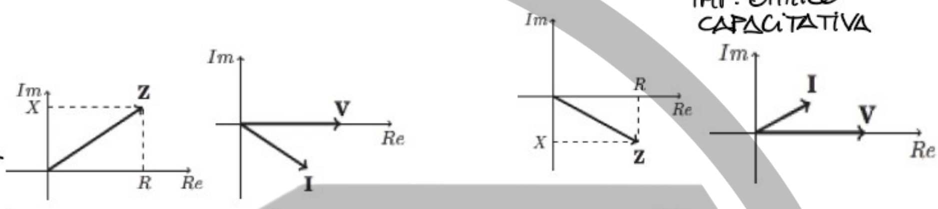
$$\mathbf{Z} = \frac{|\mathbf{V}|e^{j\varphi_V}}{|\mathbf{I}|e^{j\varphi_I}} = \frac{|\mathbf{V}|}{|\mathbf{I}|}e^{j(\varphi_V-\varphi_I)} = Ze^{j\varphi_Z} = R + jX$$

Con

$$Z = |\mathbf{Z}| = \frac{|\mathbf{V}|}{|\mathbf{I}|} \text{ e } \varphi_Z = \varphi_V - \varphi_I.$$

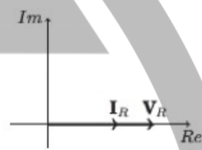
IMP. OHMICO INDUTTIVA

IMP. OHMICO CAPACITATIVA



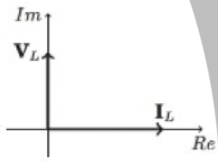
RESISTORE

$$\mathbf{Z}_R = \frac{\mathbf{V}_R}{\mathbf{I}_R} = R$$



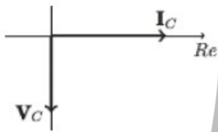
INDUTTORE

$$\mathbf{Z}_L = \frac{\mathbf{V}_L}{\mathbf{I}_L} = j\omega L = jX_L$$



CONDENSATORE

$$\mathbf{Z}_C = \frac{\mathbf{V}_C}{\mathbf{I}_C} = \frac{1}{j\omega C} = -jX_C$$



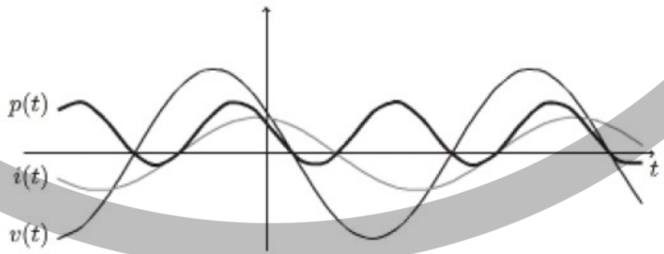
La Potenza:

Data una tensione v (t) e una corrente i(t) definite in regime alternato sinusoidale isofrequenziale:

$$v(t) = V_M \cos(\omega t + \varphi_v)$$
$$i(t) = I_M \cos(\omega t + \varphi_i)$$

=> la **POTENZA ISTANTANEA** è definita come:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) = V_M I_M \cos(\omega t + \varphi_v) \cos(\omega t + \varphi_i)$$



-> DEF: P ISTANTANEA IN REGIME SINUSOIDALE:

La potenza istantanea in regime sinusoidale si può riscrivere come la somma di un termine costante (potenza media) e di un temine oscillante a frequenza doppia:

PARTE COSTANTE PARTE A DOPPIA PULSAZIONE

$$p(t) = \frac{1}{2}V_M I_M \cos\varphi + \frac{1}{2}V_M I_M \cos(2\omega t + 2\varphi_i + \varphi)$$

$$p(t) = VI\cos\varphi + VI\cos(2\omega t + 2\varphi_i + \varphi)$$

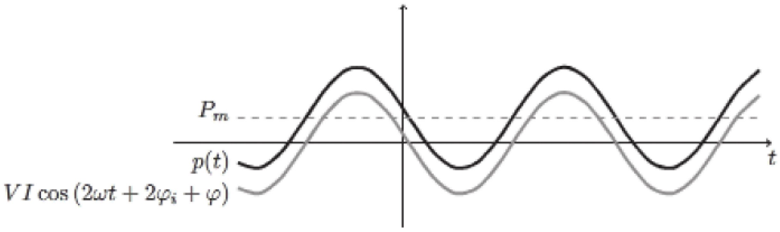
📌 Dimostrazione pag D3

Parte costante: simile P del fasore, è uguale alla potenza media in 1 periodo di p(t);

Parte a doppia pulsazione: non è la Q.

- Potenza media: $P_m = \frac{1}{2}V_M I_M = VI\cos(\varphi)$ $con\ V_M = \sqrt{2}V, I_M = \sqrt{2}I;$

4.6) Reti in regime alternato sinusoidale:



-> è possibile osservare che la potenza istantanea è scomposta in un termine oscillante (attorno P_M) sempre positivo cui semiampiezza è $VI\cos(\varphi)$ ed uno a media nulla, cui semiampiezza è $VI\,sin(\varphi)$.

=> Definiamo potenza attiva e potenza reattiva:

Potenza ATTIVA (P):

-> **DEF**: È la semiampiezza della potenza media, misurata in Watt [W]:

$$P = VI\cos\varphi = P_m = |V||I|\cos(\varphi_V - \varphi_I)$$

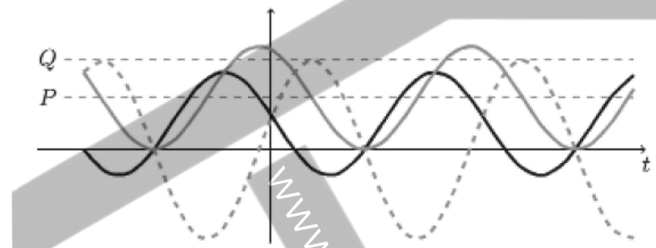
Potenza REATTIVA (Q):

-> **DEF**: è la seconda semiampiezza, si indica con il simbolo Q ed è misurata in Volt-Ampere Reattivi [VAR]:

$$Q = VI\sin\varphi = |V||I|\sin(\varphi_V - \varphi_I)$$

=> possiamo scrivere la potenza istantanea come:

$$p(t) = P\cdot\{1+\cos[2(\omega t+\varphi_i)]\} - Q\cdot\{\sin[2(\omega t+\varphi_i)]\}$$



-> OSS: la p (t) non è isofrequenziale rispetto alle grandezze => non è possibile definire direttamente un fasore associato alla potenza.

=> Definiamo la potenza complessa...

Potenza COMPLESSA (A):

-> **DEF**:

$$\mathbf{A} \triangleq \mathbf{V}\mathbf{I}^* \quad [VA]$$

Con **I*** complesso coniugato di **I**.

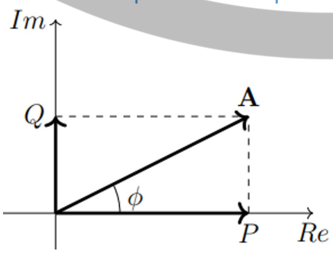
- Definiamo la potenza complessa come un numero complesso avente come parte reale la potenza attiva e come parte immaginaria la potenza reattiva:

$$\boldsymbol{A} = P + jQ$$

Dimostrazione pag D3.

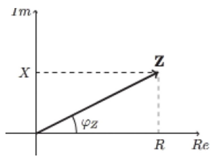
-> L'unità di misura è Volt-Ampere [VA].

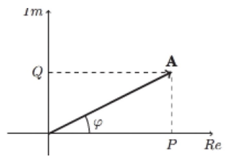
- **POTENZA APPARENTE**: è il modulo della potenza complessa, misurato in [VA]: $|\mathbf{A}| = |\mathbf{V}|\cdot|\mathbf{I}| = \sqrt{P^2+Q^2}$
- Triangolo delle potenze:



$$P = |\mathbf{A}|\cos\phi = |\mathbf{V}|\cdot|\mathbf{I}|\cos\phi$$

$$Q = |\mathbf{A}|\sin\phi = |\mathbf{V}|\cdot|\mathbf{I}|\sin\phi$$





DEF: Potenza complessa elaborata da un'impedenza:

Sia data una generica impedenza Z, la potenza complessa elaborata dall'impedenza vale:

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{Z}|\boldsymbol{I}|^2 = \frac{|\boldsymbol{V}|^2}{\boldsymbol{Z}*}$$

4.7) 🌊Reti in regime alternato sinusoidale:

-> Formule della potenza complessa:

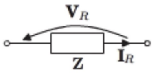
Forma polare $\vec{A} = |V||I|e^{j(\varphi_V - \varphi_I)}$

Forma cartesiana $\vec{A} = \underbrace{|V||I|\cos(\varphi_V - \varphi_I)}_{\text{Potenza attiva: } P} + j\underbrace{|V||I|\sin(\varphi_V - \varphi_I)}_{\text{Potenza reattiva: } Q}$

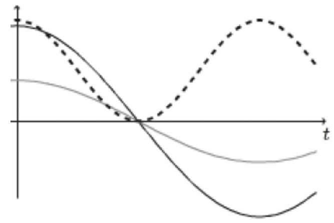
-> Dove:
- $P = |V||I|\cos(\varphi_V - \varphi_I)\ [W]$;
- $Q = j\ |V||I|\sin(\varphi_V - \varphi_I)\ [VAR]$;

Nero: tensione;
Grigio: corrente;
Tratteggio: Potenza istantanea;

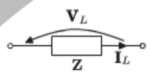
RESISTORE



$$\mathbf{A}_R = \mathbf{V}_R \cdot \mathbf{I}_R^* = R\mathbf{I}_R \cdot \mathbf{I}_R^* = R|\mathbf{I}_R|^2 = \frac{|\mathbf{V}_R|^2}{R}$$
$$P_R = Re\{\mathbf{A}_R\} = R \cdot |\mathbf{I}_R|^2 = \frac{|\mathbf{V}_R|^2}{R}$$
$$Q_R = Im\{\mathbf{A}_R\} = 0\text{VAR}$$

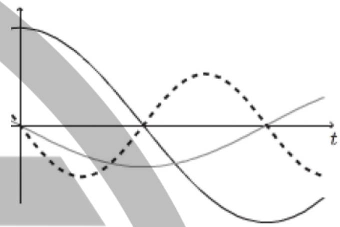


INDUTTORE

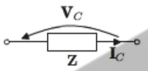


-> Dissipa solo potenza reattiva.

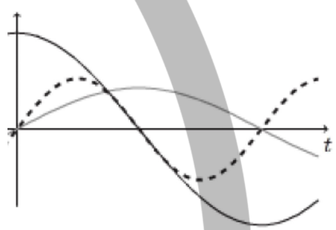
$$\mathbf{A}_L = \mathbf{V}_L \cdot \mathbf{I}_L^* = jX_L\mathbf{I}_L \cdot \mathbf{I}_L^* = jX_L|\mathbf{I}_L|^2 = j\frac{|\mathbf{V}_L|^2}{X_L}$$
$$P_L = Re\{\mathbf{A}_L\} = 0W$$
$$Q_L = Im\{\mathbf{A}_L\} = X_L \cdot I_L^2 = \frac{V_L^2}{X_L}$$



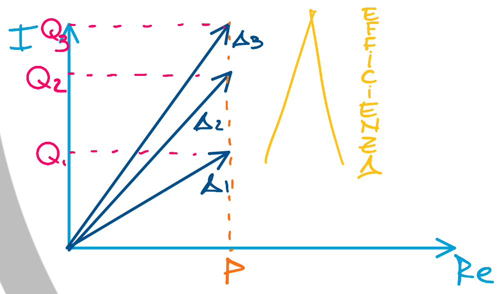
CONDENSATORE



$$\mathbf{A}_C = \mathbf{V}_C \cdot \mathbf{I}_C^* = jX_C\mathbf{I}_C \cdot \mathbf{I}_C^* = jX_C I_C^2 = j\frac{V_C^2}{X_C}$$
$$P_C = Re\{\mathbf{A}_C\} = 0W$$
$$Q_C = Im\{\mathbf{A}_C\} = X_C \cdot I_C^2 = \frac{V_C^2}{X_C}$$



-> Si considera il condensatore generatore di potenza attiva, poiché $X_C < 0 \Rightarrow Q_C < 0\ VAR$.



Metodo di Boucherot o conservazione della potenza:

-> **TEOREMA**: La conservazione delle potenze in una rete elettrica in regime sinusoidale si traduce nella seguente relazione complessa:

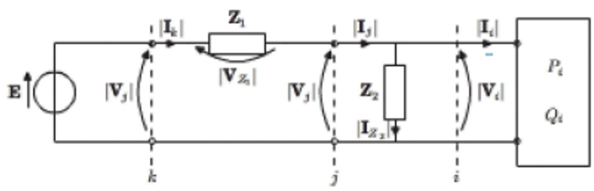
$$\sum_{k=1}^{N} \boldsymbol{A}_k = 0;$$

Corollario:
Per conseguenza diretta, il corollario di Boucherot afferma che, data la precedente espressione, il bilancio di potenze deve valere anche per le singole potenze attive e reattive:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{N} P_k = 0 \\ \sum_{k=1}^{N} Q_k = 0 \end{cases};$$

Metodo di Boucherot:
-> Hp:
- Stato energetico noto (in una sezione);
- Tensione/corrente;
- Senso trasmissione del lavoro elettrico.

-> Algoritmo:
1. Si divide la rete in porzioni:

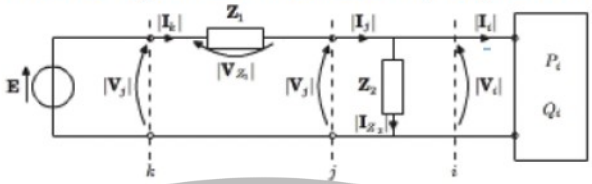


4.8) Reti in regime alternato sinusoidale:

2. Dal corollario di B.:

$$\begin{cases} P_j = P_i + P_Z \\ Q_j = Q_i + Q_Z \end{cases} \Rightarrow \quad \boldsymbol{I_j} = \boldsymbol{I_i} = \boldsymbol{I_Z} \;\;\&\;\; \boldsymbol{V_j} = \boldsymbol{V_i} = \boldsymbol{V_Z};$$

=> Boucherot permette di ricavare informazioni energetiche di tutte le sezioni proseguendo in maniera sequenziale:

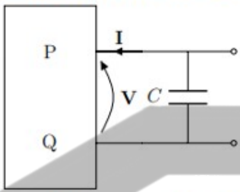


$$P_E = P_k = P_j + \Delta P_{jk} = P_i + \Delta P_{jk} + \Delta P_{ij};$$
$$Q_E = Q_k = Q_j + \Delta Q_{jk} = Q_i + \Delta Q_{jk} + \Delta Q_{ij};$$

Rifasamento:

-> **DEF**: significa ridurre la potenza reattiva assorbita dal carico.

- Il rifasamento avviene con l'aggiunta di un condensatore: il **condensatore di rifasamento**.



-> Il problema di rifasamento consiste nel calcolare il valore della capacità C tale da avere un fattore di potenza ($\cos\phi$) determinato.

Dimensionamento del condensatore di rifasamento:

La capacità C necessaria per rifasare un carico che assorbe una potenza attiva P ed una potenza reattiva Q, sottoposto ad una tensione V, al fine di ottenere un fattore di potenza pari a cos ϕ, vale:

$$C = \frac{Q - P\tan\phi}{\omega\,|V|^2};$$

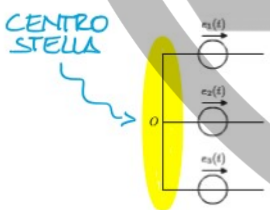
-> $\cos(\varphi) \geq 0{,}9$;

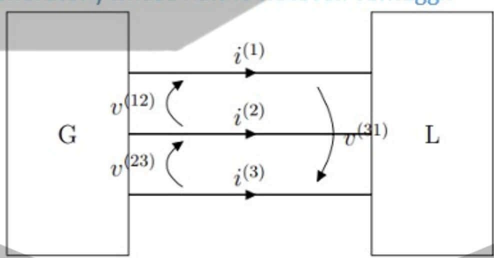
📌 la potenza complessa indica quanto "spendiamo".

Reti trifase:

-> **DEF**: Un sistema elettrico si definisce trifase se il trasporto dell'energia avviene mediante tre conduttori. Solitamente in questi sistemi anche la produzione di energia avviene direttamente mediante macchine trifase. Di conseguenza le reti trifase hanno solitamente generatori isofrequenziali.

- Sono estensione dei sistemi monofase;
- POTENZA COSTANTE: Le oscillazioni nella potenza istantanea sono minime o nulle;
- MINOR COSTO:Le perdite di potenza sono minori rispetto ai monofase o regime stazionario;
- Le macchine elettriche (motori / generatori) trifase hanno notevoli vantaggi.





G: rappresenta il sistema di generazione trifase;
L: è un carico trifase;
Connettori: si chiamano fase.

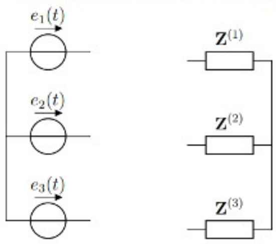
-> Motivi per cui studiare i trifase:

1) Erogazione potenza (attiva) costante;
2) Campo magnetico rotante;
3) Risparmio nei costi di distribuzione dell'energia (€🔽, -25%);

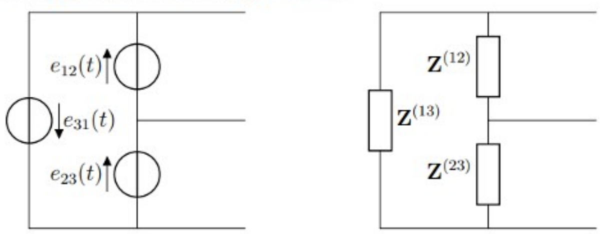
Tipologia di configurazioni:

-> I carichi/ generatori possono avere due tipi di configurazioni:

Configurazioni a stella ⭐:



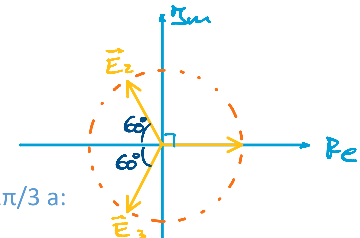
Configurazioni a triangolo 🔺:



4.9) Reti in regime alternato sinusoidale:

-> Esistono quattro tipi di reti trifase, interessanti per le loro proprietà:

1.Reti simmetriche:



-> **DEF**: una rete trifase si definisce equilibrata <=> tutti i moduli di tutte le tensioni sono uguali:

$$|V^1| = |V^2| = |V^3|;$$

Sfasamento delle tensioni concatenate:

-> In una rete trifase simmetrica, tutte le tensioni concatenate sono sfasate fra di loro di 2π/3 a:

$$|V^{12}| = \left|V^{31}e^{\frac{j2\pi}{3}}\right| = |V^{23}e^{-\frac{j2\pi}{3}}|;$$

-> Le fasi sono sfasate di 120°.

2.Reti equilibrate:

-> **DEF**: una rete trifase si definisce equilibrata <=> le impedenze sono uguali (o) se tutti i moduli di tutte le correnti sono uguali:

$$|I^1| = |I^2| = |I^3|;$$

- Bisogna che i carichi relativi alle diverse fasi siano uguali.

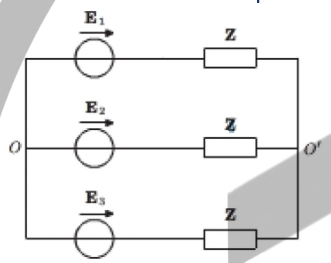
-> Se una rete trifase è equilibrata e **SIMMETRICA**, tutte le tensioni stellate sono sfasate di 2π/3.

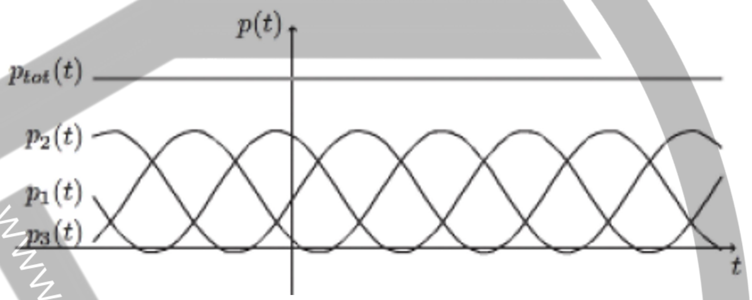
Sfasamento delle correnti concatenate:

-> In una rete trifase simmetrica, tutte le correnti concatenate sono sfasate fra di loro di 2π/3 a:

$$|I^1| = \left|I^3e^{\frac{j2\pi}{3}}\right| = |I^2e^{-\frac{j2\pi}{3}}|;$$

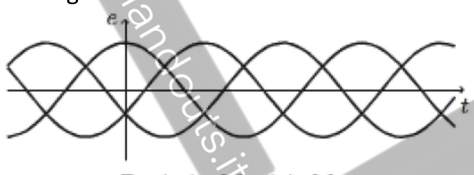
3.Reti simmetriche ed equilibrate:



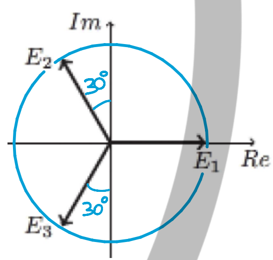


-> **DEF**: Una rete trifase si definisce **simmetrica** se i generatori di tensione hanno tutti lo stesso modulo e sono sfasati di 120° l'una dall'altra:

- $e_1(t) = E\sqrt{2}\ \cos(wt + fi_v);$
- $e_2(t) = E\sqrt{2}\cos(wt + fi_v + 120°);$
- $e_3(t) = E\sqrt{2}\ \cos(wt + fi_v\ - 120°);$



Tensioni nel dominio del tempo



Tensioni nel dominio dei fasori

-> **DEF**: si definisce **equilibrata** se tutti i carichi relativi alle tre fasi sono uguali:

$$\mathbf{Z}_1 = \mathbf{Z}_2 = \mathbf{Z}_3$$

Proprietà:

1. Caratteristica principale è che la tensione fra ogni coppia di centri-stella è nulla:

$$V_{O'O} = 0V;$$

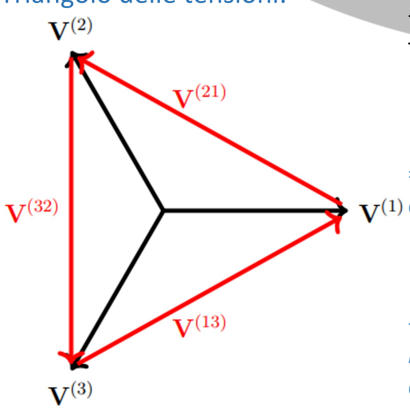
=> Tutte le grandezze omologhe fra le varie fasi hanno stesso modulo e siano fra loro sfasate:

$$\mathbf{V}_2 = V_1e^{j2\pi/3} = V_3e^{-j2\pi/3}$$
$$\mathbf{V}_3 = V_2e^{j2\pi/3} = V_1e^{-j2\pi/3}$$
$$\mathbf{V}_1 = V_3e^{j2\pi/3} = V_2e^{-j2\pi/3}$$

$$\mathbf{I}_2 = I_1e^{j2\pi/3} = I_3e^{-j2\pi/3}$$
$$\mathbf{I}_3 = I_2e^{j2\pi/3} = I_1e^{-j2\pi/3}$$
$$\mathbf{I}_1 = I_3e^{j2\pi/3} = I_2e^{-j2\pi/3}$$

   - Sfasamento delle **tensioni** stellate: tutte le tensioni stellate sono sfasate di 2π/3.
   - Sfasamento delle **correnti** concatenate: le correnti concatenate sono sfasate di 2π/3.

2. Triangolo delle tensioni:



-> **DEF**: è la rappresentazione vettoriale delle relazioni derivanti dalla KVL tra tensioni a stella e concatenate:

$$\boldsymbol{V}_{21} = \boldsymbol{V}_1 - \boldsymbol{V}_2;$$
$$\boldsymbol{V}_{13} = \boldsymbol{V}_3 - \boldsymbol{V}_1;$$
$$\boldsymbol{V}_{21} = \boldsymbol{V}_2 - \boldsymbol{V}_1;$$

=> è possibile dimostrare la seguente relazione tra tensioni stellate e tensioni concatenate:

$$V_{12} = \sqrt{3}V_1 * e^{-j\pi/3};$$
$$I_{12} = \frac{1}{\sqrt{3}}\,I_1 * e^{-j\pi/3};$$

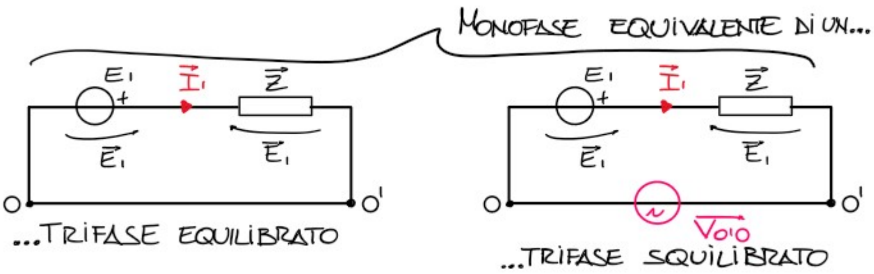
-> Tutte queste proprietà permettono di applicare il metodo della *riduzione a monofase equivalente*, infatti è possibile dimostrare che ognuno dei tre rami è un circuito indipendente dagli altri.

4.10) Reti in regime alternato sinusoidale:

4.Sistema trifase squilibrato:

$$\rightarrow V_{O'O} = \frac{\frac{E_1}{Z_1} + \frac{E_2}{Z_2} + \frac{E_3}{Z_3}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}} \neq 0$$

Z_i DIVERSE



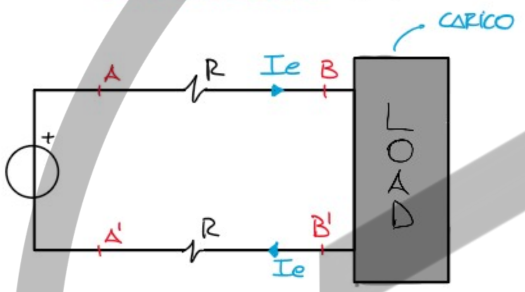
Confronto 3F e 1F:

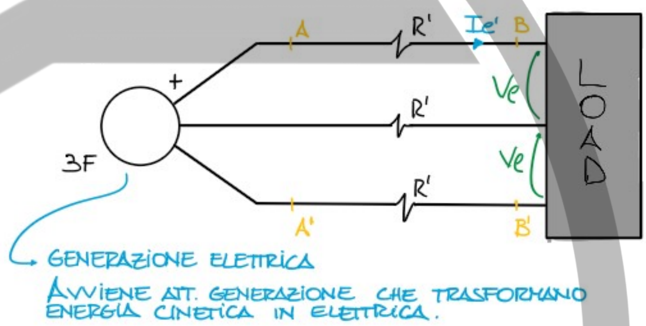
-> Vediamo adesso com'è possibile confrontare in termini economici un Monofase con un Trifase:

-> Hp:

- Omogeneità conduttori (= Cavi fatti dallo stesso materiale);
- P_load = nei cavi;
- Stesso carico assorbe energia con stesso $cos\ (\varphi)$;
- P_diss dev'essere uguale (Siamo disposti a tollerare una perdita da A-A' e B-B' (stessa lunghezza tra 2 sistemi));
- Costi di isolamento uguali => dev'esserci stessa tensione tra ciascuna copia di conduttori: $P_{diss}(1F) = P_{diss}(3F)$;

MONOFASE (1F) VS TRIFASE (3F)





$$P = V_e \cdot I_e \cdot \cos(\varphi)$$

$$\hookrightarrow I_e = \frac{P}{V_e \cdot \cos(\varphi)}$$

$$P(3F) = \sqrt{3}\, V_e \cdot I_e' \cdot \cos(\varphi)$$

$$\hookrightarrow I_e' = \frac{P}{\sqrt{3}\, V_e \cdot \cos(\varphi)}$$

=> nel sistema a 2 cavi perdiamo:

$$\boxed{P_{diss}(1F) = 2 \cdot R \cdot \Big(\underbrace{\frac{P}{V_e \cdot \cos(\varphi)}}_{I_e}\Big)^2}$$

=> nel sistema a 3 cavi perdiamo:

$$\boxed{P_{diss}(3F) = 3 \cdot R' \cdot \Big(\underbrace{\frac{P}{\sqrt{3}\, V_e \cdot \cos(\varphi)}}_{I_e'}\Big)^2}$$

❓Perché consideriamo solo P_{diss}? Perché abbiamo delle linee modellizzate con componente resistivo (R).

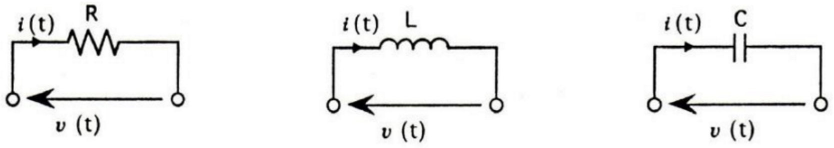
❓Perché non consideriamo Q? La Q è dentro $\cos(\varphi) = 1$, se vale 1 abbiamo una linea che ha solo potenza P, se $\cos(\varphi) \neq 1$ valesse altrimenti, consideriamo solo P anche se c'è Q, perché all'utenza interessa solo quella.

4.11) Reti in regime alternato sinusoidale > Definizioni

FREQUENZA: quanto due semionde si avvicinano e si allontanano.
FASORE: numero complesso che può essere associato ad una funzione sinusoidale.
PERIODO: intervallo di tempo T dopo cui la funzione si ripete uguale a se stessa.
FREQUENZA: è detta frequenza f, misurata in *Hz*, l'inverso del periodo: $f = \frac{1}{T}$;
PULSAZIONE: la pulsazione ω, misurata in rad/s, è definita come segue: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$;
GRANDEZZE ALTERNATE IN FASE: Due grandezza alternate si dicono in fase se hanno un andamento analogo nel tempo, ovvero se raggiungono massimi e minimi rispettivi nello stesso istante.
AMMETTENZA: inverso dell'impedenza, parte reale è la conduttanza [G] e l'immaginaria è la suscettanza [B].
FATTORE DI POTENZA: chiamiamo fattore di potenza il $cos(\varphi_v - \varphi_I)$ che individuiamo nell'espressione della potenza media.

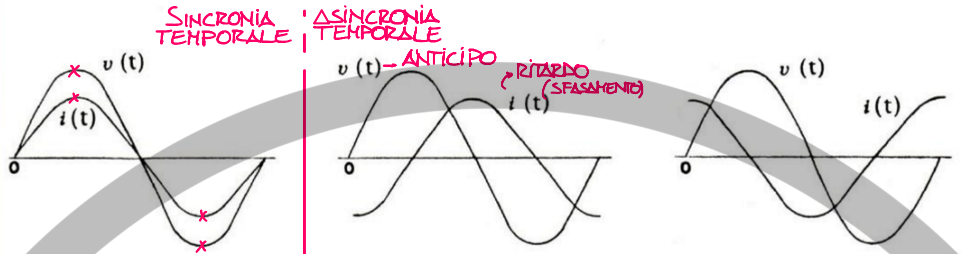
4.12) Reti in regime alternato sinusoidale > Approfondimento:

Bipoli elementari in regime sinusoidale:



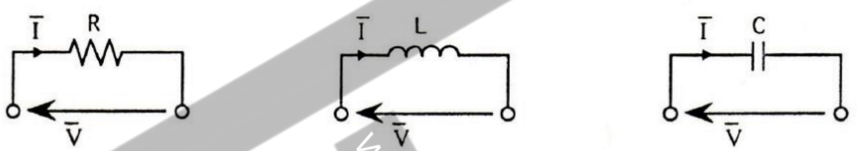
$$\boxed{v(t) = R\, i(t) \qquad v(t) = L\frac{di(t)}{dt} \qquad i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}}$$

CARATTERIZZAZIONI FUNZIONALI

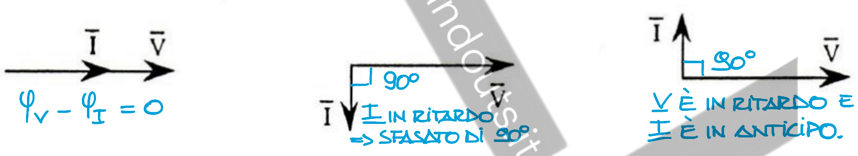


$$\begin{cases} v = V_M \operatorname{sen} \omega t \\ i = \dfrac{V_M}{R} \operatorname{sen} \omega t \end{cases} \qquad \begin{cases} v = V_M \operatorname{sen} \omega t \\ i = \dfrac{V_M}{\omega L} \operatorname{sen} \left(\omega t - \dfrac{\pi}{2}\right) \end{cases} \qquad \begin{cases} v = V_M \operatorname{sen} \omega t \\ i = \omega C V_M \operatorname{sen} \left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

NEL DOMINIO DEI FASORI -> Sono vettori nel diagramma Re-Im e sono legati dalla legge di Ohm Simbolica.



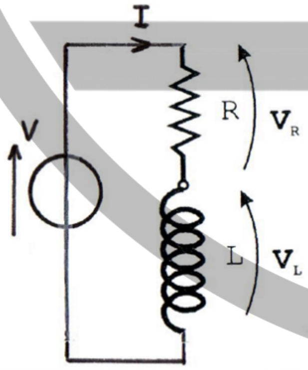
$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{R} \qquad \bar{I} = \frac{\bar{V}}{j\,\omega L} \qquad \bar{I} = j\,\omega C\,\bar{V}$$

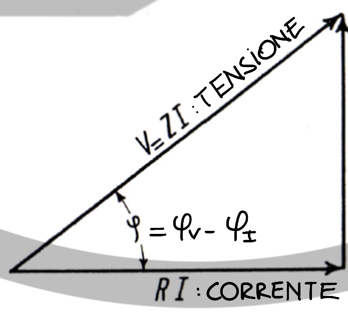


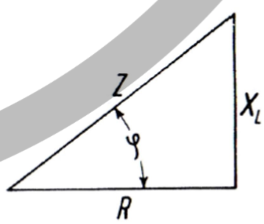
Il problema del Rifasamento:

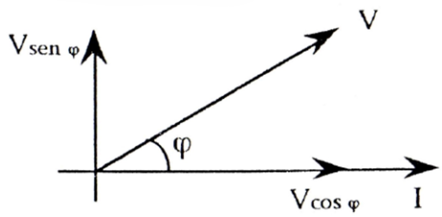
-> Quando si presenta il problema del rifasamento abbiamo degli angoli intermedi perché nel problema fisico abbiamo impedenze con parte sia Re che Im ($R \pm j\,X$ serie tra $R - L$ o $R - C$)

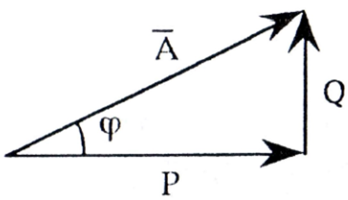
- φ: ANGOLO POTENZA COMPLESSA
- $\bar{V} = \bar{Z}\,\bar{I}$
- $\bar{Z} = \sqrt{R^2 + X_L^2}$: MODULO IMPEDENZA









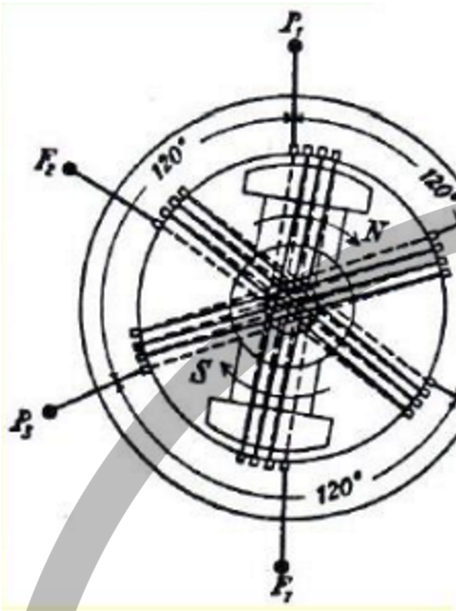


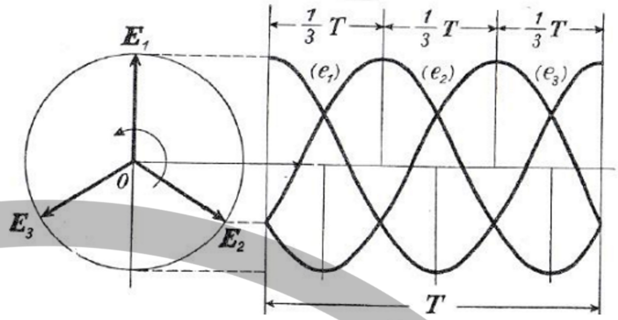
- Potenza apparente: $A = V * I$ -> V e I prese come modulo;
- Potenza attiva: $P = V_f * I = V * I * \cos\varphi$ -> I è in fase con V;
- Potenza reattiva: $Q = V_q * I = V * I * \sin\varphi$ -> I e V sfasate di 90°.

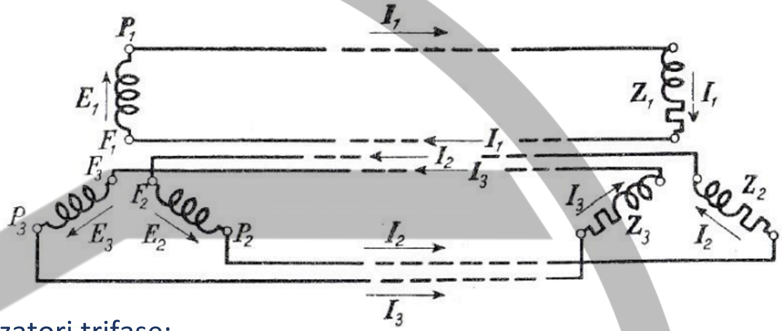
4.13) Reti in regime alternato sinusoidale > Approfondimento:

Sistema trifase:

-> L'abbiamo sempre modellizzato come una terna di generatori, ma si può utilizzare anche un generatore 3F che ha un rotore e uno statore con delle coppie polari diverse (Nord - Sud) opportunamente sfalsate in grado di erogare in uscita proprio la terna di tensioni nel tempo sfasate di 120°.



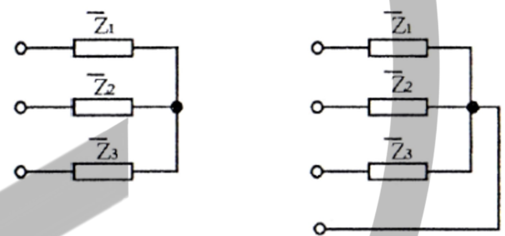




Disposizioni compatibili tra generatori ed utilizzatori trifase:

GENERATORE	UTILIZZATORE	DENOMINAZIONE
Y	Y	Collegamento stella - stella
Y	Y	Collegamento stella - stella, con neutro
Y	△	Collegamento stella - triangolo
△	Y	Collegamento triangolo - stella
△	△	Collegamento triangolo - triangolo

I simboli Y e Y identificano rispettivamente una stella ed una stella con neutro:



Il simbolo △ che identifica un triangolo, corrisponde a: